

Le sujet comporte 3 pages .La page 3/3 est a rendre avec la copie.

**Exercice N°1 :** (5points)

Soit la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1 \end{cases}$$

- 1) a. Calculer  $U_1$  et  $U_2$   
b. En déduire que la suite  $U$  ni arithmétique ni géométrique.
- 2) a. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$  on a :  $U_n \geq -2$   
b. Montrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante,
- 3) Soit la suite réelle  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n + 2$ 
  - a. Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$
  - b. Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. Calculer la limite de la suite  $(U_n)$

**Exercice N°2 :** (7points)

soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ .

On désigne par  $(\mathcal{C}_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Dresser le tableau de variations de  $f$ .
2. Déterminer les extremas locaux de  $f$ .
3. Montrer que  $(\mathcal{C}_f)$  admet un point d'inflexion qu'on déterminera.
4. a) Etudier les branches infinies de  $(\mathcal{C}_f)$ .  
b) Tracer  $(\mathcal{C}_f)$ .
5. Discuter graphiquement suivant le paramètre réel  $m$  le nombre des solutions de l'équation  $f(x) = m$ .
6. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ .
  - a. Vérifier que la courbe de  $g$  se déduit de celle de  $f$  par translation que l'on précisera.
  - b. Tracer dans le même repère la courbe  $C_g$  de la fonction  $g$

(Voir verso)



Exercice N°3: (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse proposée est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondantes en justifiant la réponse.

1) Le nombre complexe  $(i)^{2019}$  est :

a)  $(i)^{2019} = -1$  ;  b)  $(i)^{2019} = 1$  ;  c)  $(i)^{2019} = i$  ;  d)  $(i)^{2019} = -i$

2) Si  $z = (2-i)^3$  alors  $|z|$  est égal à :

a)  $|z| = 3\sqrt{5}$  ;  b)  $|z| = 5\sqrt{5}$  ;  c)  $|z| = \sqrt{3}$  ;  d)  $|z| = 2\sqrt{2}$

3) Un argument du nombre complexe  $z = 1 - i$   $\arg(Z) =$  :

a)  $\frac{\pi}{4}$  ;  b)  $-\frac{\pi}{4}$  ;  c)  $\frac{5\pi}{4}$  ;  d)  $\frac{3\pi}{4}$

4) Soit  $Z$  un nombre complexe de module 2 et d'argument  $\frac{7\pi}{6}$  alors la forme algébrique de  $Z$  :

a)  $Z = \sqrt{3} - i$  ;  b)  $Z = -\sqrt{3} - i$  ;  c)  $Z = \sqrt{3} + i$  ;  d)  $Z = -\sqrt{3} + i$

Exercice N°4: (6 points)

Le plan  $P$  est muni d'un repère orthonormé  $(\mathbf{o}, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixe respective :  $z_A = 2 + i2\sqrt{3}$  ;  $z_B = 2 - i2\sqrt{3}$  ;  $z_D = -1 + i\sqrt{3}$  et  $z_C = -4$ .

1) Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants ;  $\frac{z_C}{z_B}$  et  $(z_B - z_A)z_D$ .

2) Montrer que  $D$  est le milieu du segment  $[AC]$ .

3) Déterminer l'affixe  $z_E$  du point  $E$  milieu du segment  $[AB]$

4) a) Calculer les affixes des vecteurs  $\vec{EA}$  et  $\vec{EC}$ .

b) Montrer que le triangle  $AEC$  est rectangle en  $E$ .

5) Montrer que le triangle  $BDA$  est rectangle en  $D$ .

6) a) Soit  $K$  la symétrique de  $D$  par rapport à  $E$ .

b) Montrer que le quadrilatère  $ADBK$  est un rectangle.

7) Déterminer l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $z$ , dans chacun des cas suivants, Vérifiant :

a)  $|z - 2 - i2\sqrt{3}| = 2$

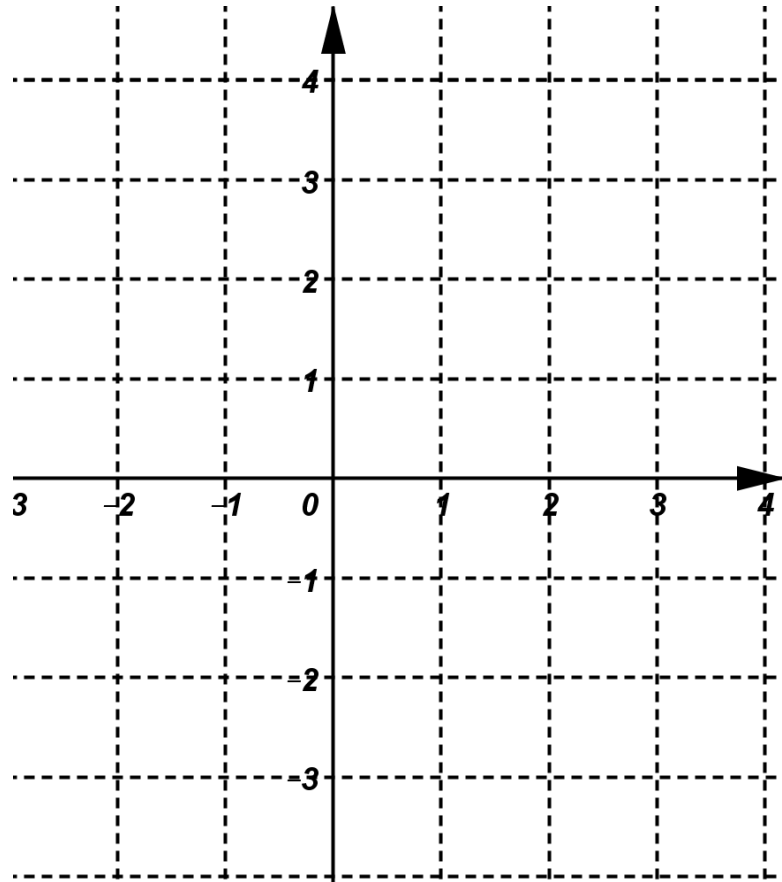
b)  $|z - 2 - i2\sqrt{3}| = |z - 4|$

Bon travail

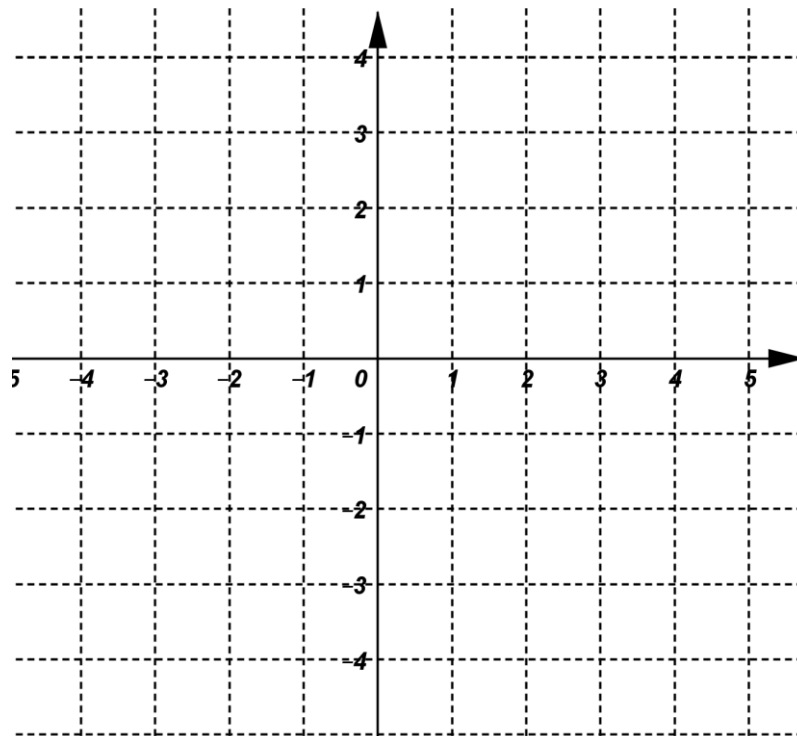
Feuille à rendre avec la copie

Nom et prénom: ..... N°:..... Classe : 3<sup>ème</sup> Tech 1et2

Exercice N°2:



Exercice N°4:



Exercice N°3:

