

# NOMBRES et CALCULS

## CYCLE 3 - SOMMAIRE

| Thème            | Numéro     | Titre de la leçon                             | Niveau     |     |    | Page       |
|------------------|------------|---|------------|-----|----|------------|
| PROPORTIONNALITÉ | <b>N36</b> | Reconnaître une situation de proportionnalité | <b>CM1</b> | CM2 | 6e | <b>2</b>   |
|                  | <b>N37</b> | Traiter une situation de proportionnalité     | <b>CM1</b> | CM2 | 6e | <b>3</b>   |
|                  | <b>N38</b> | Appliquer un pourcentage                      |            |     | 6e | <b>4</b>   |
|                  | <b>N39</b> | Calculer une réduction ou une augmentation    |            |     | 6e | <b>5</b>   |
| CALCUL MENTAL    | <b>N40</b> | Quelques règles de calcul mental              | <b>CM1</b> | CM2 | 6e | <b>6-7</b> |

Ce qu'il faut comprendre et connaître !

- Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre : le coefficient de proportionnalité.
- Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la 2<sup>e</sup> ligne sont obtenus en multipliant les nombres de la 1<sup>ère</sup> ligne par un même nombre : le coefficient de proportionnalité.

Ce qu'il faut connaître et savoir refaire dans les exercices !

■ Méthode : reconnaître une situation de proportionnalité

1) Le filet de 3kg d'oranges est vendu 2€70.

Mme Radine demande à l'épicier d'ouvrir un filet car elle ne souhaite acheter que 5 oranges dont le poids est de 2kg100. Elle paye 1€89.

Elle voudrait savoir si le prix payé est proportionnel à la quantité achetée ?

Solution

$$2,7 : 3 = 0,9$$

$$1,89 : 2,1 = 0,9$$

Les quotients sont égaux. Le prix payé est donc proportionnel à la quantité achetée.

0,9 est le coefficient de proportionnalité.

2) Des stylos sont vendus par lots de trois, de six ou de neuf.

|                   |      |      |      |
|-------------------|------|------|------|
| Nombres de stylos | 3    | 6    | 9    |
| Prix du lot en €  | 0,90 | 1,80 | 2,50 |

Le prix est-il proportionnel au nombre de stylos achetés ?

Solution

$$3 + 6 = 9$$

$$0,90 + 1,80 = 2,70 \neq 2,50$$

En additionnant le prix de 3 stylos et le prix de 6 stylos, on ne trouve pas le prix de 9 stylos. Le prix des stylos n'est donc pas proportionnel à leur nombre.

3) Les tarifs pour faire des tours de manèges sont présentés dans le tableau suivant :

|                  |   |   |   |    |    |
|------------------|---|---|---|----|----|
| Nombres de tours | 1 | 2 | 3 | 5  | 10 |
| Prix             | 2 | 4 | 6 | 10 | 20 |

Le prix est-il proportionnel au nombre de tours de manège ?

Solution

$$1 \times 2 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$10 \times 2 = 20$$

Le prix est 2 fois plus grand que le nombre de tours. Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité. 2 est le coefficient de proportionnalité.

Ce qu'il faut connaître et utiliser dans les exercices !

**Méthode 1 : retour à l'unité**

Pour faire des crêpes pour 5 personnes, on a besoin de 400g de farine, 3 œufs et 1 litre de lait.  
Quelle quantité de farine sera nécessaire pour 4 personnes ?

Solution

Revenons à l'unité en calculant la quantité de farine nécessaire pour une personne :  $400 \div 5 = 80\text{g}$   
Pour 4 personnes, il en faut 4 fois plus, soit :  $4 \times 80 = 320\text{g}$ .

Ce qu'il faut connaître et utiliser dans les exercices !

**Méthode 2 : propriétés de linéarité**

Un cycliste a parcouru 50km en 3 heures. En supposant qu'il roule toujours à la même vitesse, compléter le tableau :

|                |  |     |     |     |     |    |    |
|----------------|--|-----|-----|-----|-----|----|----|
| Distance en km |  | 100 | 150 |     | 110 | 30 |    |
| Temps en min   |  |     |     | 270 |     |    | 72 |

Solution

Comme le cycliste roule toujours à la même vitesse, il y a proportionnalité entre la distance et le temps.

|                |     |     |     |     |     |     |    |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Distance en km | 50  | 100 | 150 | 75  | 110 | 30  | 20 |
| Temps en min   | 180 | 360 | 540 | 270 | 396 | 108 | 72 |

Ce qu'il faut connaître et utiliser dans les exercices !

**Méthode 3 : coefficient de proportionnalité**

Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

|  |    |     |  |
|--|----|-----|--|
| Durée de communications du forfait téléphonique en h | 3  | 7,5 |  |
| Prix du forfait en €                                 | 35 |     |  |

Solution

$3 \div 35$  et  $35 \div 3$  ne donnent pas de valeur exacte.  
Exprimons le coefficient de proportionnalité sous une écriture fractionnaire :

$$35 : 3 = \frac{35}{3}$$

|  |    |      |  |
|--|----|------|--|
| Durée de communications du forfait téléphonique en h | 3  | 7,5  |  |
| Prix du forfait en €                                 | 35 | 87,5 |  |

$\times \frac{35}{3}$

$$7,5 \times \frac{35}{3} = 7,5 : 3 \times 35 = 2,5 \times 35 = 87,5$$

Ce qu'il faut connaître et utiliser dans les exercices !

Quelques pourcentages à connaître

| Pourcentage           | 10%        | 25%      | 50%       | 75%              | 100%    | 200%      | 300%      |
|-----------------------|------------|----------|-----------|------------------|---------|-----------|-----------|
| revient à prendre ... | le dixième | le quart | la moitié | les trois quarts | le tout | le double | le triple |
| ou multiplier par ... | 0,1        | 0,25     | 0,5       | 0,75             | 1       | 2         | 3         |

Ce qu'il faut connaître et utiliser dans les exercices !

70% des enfants aiment les mathématiques cela veut dire que :  
sur 100 enfants, il y en a 70 qui aiment les mathématiques.

|                  |
|------------------|
| 70%              |
| 70 pour 100      |
| 70 sur 100       |
| $\frac{70}{100}$ |

Toutes les écritures ci-dessus sont égales.

Méthode : appliquer un pourcentage

Si 70% des enfants aiment les mathématiques :  
sur un groupe de 30 enfants, combien d'entre eux devraient  
aimer les maths ?

On cherche les 70% de 30 élèves

$$\begin{aligned}
 70\% \text{ de } 30 &= \frac{70}{100} \times 30 \\
 &= \frac{70 \times 30}{100} \\
 &= \frac{2100}{100} = 21
 \end{aligned}$$

Dans ce contexte, 21 enfants sur 30 devraient aimer les maths.

Diagram illustrating three ways to write a percentage calculation:

- Row 1:  $O \% \text{ de } R = ?$
- Row 2:  $\frac{O}{100} \times R = ?$
- Row 3:  $O \times \frac{R}{100} = ?$

Purple arrows indicate the conversion between these forms.

Ce qu'il faut connaître et utiliser dans les exercices !

Sur un tee-shirt qui coûtait 26€, le commerçant accorde une remise de 40%  
Quel est le nouveau prix

**Calcul de la réduction :**

$$\begin{aligned}40\% \text{ de } 26\text{€} &= \frac{40}{100} \times 26 \\ &= \frac{40 \times 26}{100} \\ &= \frac{1\ 040}{100} \\ &= 10,40\text{€}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Autre méthode de calcul : } 40\% \text{ de } 26\text{€} &= \frac{40}{100} \times 26 \\ &= 0,4 \times 26 = 10,40\text{€}\end{aligned}$$

**Calcul du nouveau prix**

$$26 - 10,40 = 15,60\text{€}$$

Le prix est de 15,60€.

Multiplier par 10, 100 ou 1000

Pour **multiplier** un **nombre décimal** par 10; 100 ou 1000, il suffit de **décaler la virgule** de 1; 2 ou 3 rangs **vers la droite**, en rajoutant des zéros si nécessaires.

Exemples

$12,43 \times 10 = 124,3$   
 $5,17 \times 1000 = 5\,170$

Diviser par 10, 100 ou 1000

Pour **diviser** un **nombre décimal** par 10; 100 ou 1000, il suffit de **décaler la virgule** de 1; 2 ou 3 rangs **vers la gauche**, en rajoutant des zéros si nécessaires.

Exemples

$37,8 \div 10 = 3,78$   
 $6,21 \div 100 = 0,0621$

Multiplier par 0,1 ou 0,01 ou 0,001

Pour **multiplier** un **nombre décimal** par 0,1; 0,01 ou 0,001, il suffit de **décaler la virgule** de 1; 2 ou 3 rangs **vers la gauche**, en rajoutant des zéros si nécessaires.

Exemples

$46,9 \times 0,1 = 4,69$   
 $19,42 \times 0,01 = 0,1942$

Diviser par 0,1 ou 0,01 ou 0,001

Pour **diviser** un **nombre décimal** par 0,1; 0,01 ou 0,001, il suffit de **décaler la virgule** de 1; 2 ou 3 rangs **vers la droite**, en rajoutant des zéros si nécessaires.

Exemples

$14,45 \div 0,1 = 144,5$   
 $46 \div 0,01 = 4\,600$

Multiplier par 0,5

**Multiplier** un nombre décimal **par 0,5** revient à **diviser** ce nombre **par 2**.

Exemples

$13 \times 0,5 = 6,5$   
 $142,2 \times 0,5 = 71,1$

Multiplier par 1,5 ou 2,5 ou 3,5 ...

Pour multiplier par 1,5; on ajoute le nombre et la moitié de ce nombre.  
 Pour multiplier par 2,5; on ajoute le double du nombre et sa moitié.

Exemples

$13 \times 1,5 = 13 + 6,5 = 19,5$   
 $15 \times 2,5 = 2 \times 15 + 7,5 = 37,5$

Multiplier par 4

Pour multiplier par 4, on **multiplie par 2**, puis encore **par 2**.

Exemple Calculer  $28 \times 4$

$28 \times 2 = 56$   
 $56 \times 2 = 112$  donc  $28 \times 4 = 112$

Diviser par 4

Pour diviser par 4, on **divise par 2**, puis encore **par 2**.

Exemple: Calculer  $37 \div 4$

$37 \div 2 = 17,5$   
 $17,5 \div 2 = 8,75$  donc  $37 \div 4 = 8,75$

Multiplier 5 ou 50

Pour multiplier par 5 (par 50), on peut multiplier par 10 (par 100), puis diviser par 2.

**Exemple** Calculer  $71 \times 5$   
 $71 \times 10 = 710$   
 $710 \div 2 = 355$

Diviser par 5

Pour diviser par 5, on peut diviser par 10, puis multiplier par 2.

**Exemple** Calculer  $120 \div 5$   
 $120 \div 10 = 12$   
 $12 \times 2 = 24$

Multiplier par 11

Pour multiplier par 11 on peut multiplier par 10, puis ajouter ce nombre.

**Exemple** Calculer  $13 \times 11$   
 $13 \times 10 = 130$   
 $130 + 13 = 143$

Multiplier par 200, 300, ...

Pour multiplier par 200 (ou 300, ou 400 ...) on peut multiplier par 2 (ou 3, ou 4 ...), puis multiplier par 100.

**Exemple** Calculer  $31 \times 200$   
 $31 \times 2 = 62$   
 $62 \times 100 = 6\ 200$

Multiplier par 25

Pour multiplier par 25, on peut multiplier par 100, puis diviser par 4.

**Exemple** Calculer  $28 \times 25$   
 $28 \times 100 = 2800$   
 $2800 \div 4 = 700$

Ajouter 9, 19 ou 29 ...

Pour ajouter 9; 19; 29, on ajoute respectivement 10; 20; 30, puis on soustrait 1.

**Exemple** Calculer  $17 + 29$   
 $17 + 30 = 47$   
 $47 - 1 = 46$  donc  $17 + 29 = 46$

Soustraire 9, 19, 29

Pour soustraire 9; 19; 29, on soustrait respectivement 10; 20; 30, puis on ajoute 1.

**Exemple** Calculer  $38 - 29$   
 $38 - 30 = 8$   
 $8 + 1 = 9$  donc  $38 - 29 = 9$

Ajouter 8, 18, ou 28 ...

Pour ajouter 8; 18; 28, on ajoute respectivement 10; 20; 30, puis on soustrait 2.

**Exemple** Calculer  $55 + 18$   
 $55 + 20 = 75$   
 $75 - 2 = 73$  donc  $55 + 18 = 73$

Soustraire 8, 18, 28

Pour soustraire 8; 18; 28, on soustrait respectivement 10; 20; 30, puis on ajoute 2.

**Exemple** Calculer  $112 - 8$   
 $112 - 10 = 102$   
 $102 + 2 = 104$  donc  $112 - 8 = 104$