

LES ENTIERS NATURELS

I. Apprentissage des nombres

1. Le sens des nombres : à quoi servent les nombres ?

Actuellement, les Instructions Officielles préconisent de repérer avec précision les différents usages possibles des nombres, en particulier chez les enfants de cinq à huit ans.

L'apprentissage se base sur la recherche de problèmes, l'analyse de situations qui peuvent donner du sens au concept visé, ici le nombre, le sens étant alors donné par l'utilisation des nombres.

2. Les deux grandes classes d'usage des nombres

- Les nombres permettent de conserver la mémoire de la quantité.

Le « nombre d'éléments » de la collection de référence est une information sur la quantité.

- Les nombres permettent d'anticiper le résultat de certaines actions sur les quantités, comme de prévoir ce que deviennent ces quantités si elles subissent certaines transformations, sans réaliser ces transformations (ajouts, retraits, ...).

Dans les deux cas, les nombres n'ont d'intérêt que dans la mesure où il s'agit de travailler sur des quantités que l'on ne peut manipuler directement. C'est donc l'absence (des objets, des quantités, ...), dans l'espace ou dans le temps, qui crée la nécessité d'utiliser les nombres.

Les manipulations d'objets réels ne favorisent pas l'utilisation des nombres. Elles sont cependant essentielles, dans une phase préliminaire, pour amener l'enfant à bien comprendre la situation qui lui est proposée.

C'est seulement lorsque le matériel est connu, que les consignes sont comprises que l'enfant peut être confronté à un vrai problème, c'est-à-dire à une situation qui pose question et qu'il va chercher à résoudre.

3. Exemple

On demande à un enfant de Moyenne ou de Grande Section de préparer des feutres de manière à ce que chaque enfant de son groupe puisse en avoir un.

Le plus simple, pour lui, est de prendre les feutres dans la boîte de rangement, sans se préoccuper de savoir s'il y en aura assez ou trop, et de les sortir un à un en les donnant à ses camarades. La procédure utilisée alors s'apparente à la correspondance terme à terme.

A la fin de la distribution, l'élève a bien construit une collection de feutres équipotente¹ à celle des enfants, sans passer par les nombres. La correspondance terme à terme a permis d'éviter le dénombrement, la présence simultanée des feutres et des enfants a rendu les nombres inutiles.

Il est fort probable que l'enfant chargé de la distribution n'a pas eu l'occasion de prendre conscience des quantités mises en jeu. L'acte de distribuer lui a permis de réussir la tâche « avec les mains », ce qui donne du sens à l'objectif annoncé (réaliser une collection équipotente), mais l'accent a été mis ainsi sur l'appariement et non sur les quantités ou les nombres en jeu. On ne trouve nulle part matérialisés l'ensemble des enfants ainsi que l'ensemble des feutres en tant que tels ; simplement, chaque enfant dispose bien d'un feutre.

Pour que l'enfant puisse prendre conscience de l'existence de ces deux collections et de la question liée à leur équipotence, il faut créer une absence et ajouter quelques contraintes. Il faut, par exemple, lui demander d'aller chercher les feutres dans la pièce d'à côté et de rapporter, en une seule fois, juste ce qu'il faut pour que chaque enfant en obtienne un. Ces nouvelles contraintes sont nécessaires pour mettre en défaut la procédure jusqu'ici utilisée, la correspondance terme à terme. Si l'enfant sait compter (réciter la suite des nombres), s'il est capable de dénombrer l'ensemble des enfants présents, alors il peut mettre en œuvre une nouvelle procédure qui consiste à :

- dénombrer les enfants (collection de référence) ;
- mémoriser le dernier nombre prononcé ;
- prendre le même nombre de feutres que d'enfants (construire une collection équipotente à la collection de référence).

La distribution des feutres permet alors effectivement de vérifier si l'équipotence des deux collections est réalisée et donc valider ou invalider tout ou partie de la procédure.

¹ Deux collections sont dites équipotentes si on peut les mettre en correspondance terme à terme, c'est-à-dire si elles ont autant d'éléments l'une que l'autre.

A la fin de ce processus, le résultat est le même que précédemment : chaque enfant se trouve en possession d'un feutre. Mais l'activité mentale de l'enfant est toute différente : il lui a fallu utiliser le nombre (le nombre d'enfants) comme mémoire de la quantité d'objets à aller chercher (le nombre de feutres). Il a certes manipulé et distribué les feutres, mais il l'a fait pour vérifier et non pour construire la solution. Il a anticipé sur ses actions qu'il a coordonnées pour mener à bien l'ensemble de la tâche.

Il n'y a résolution mathématique que s'il y a anticipation sur l'action. Cette anticipation n'est possible que si la situation évoquée a du sens pour l'enfant. L'anticipation ne peut se faire qu'à l'aide des sollicitations du maître et le choix des situations est ici fondamental.

En élaborant lui-même ou en proposant des situations motivantes et qui ont du sens pour les enfants, le maître peut jouer sur des variables en fonction de ce qu'il cherche à faire atteindre : taille des quantités, proximité ou éloignement des collections à étudier, nature et disposition des objets (objets réels présents et mobiles, objets évoqués, objets représentés et inamovibles ...), ...

C'est la situation de résolution de problèmes qui est ici considérée comme le moteur et le lieu de l'apprentissage.

II. Construction du sens des nombres

1. Types de problèmes

Plusieurs types de problèmes peuvent être proposés aux enfants des cycles 1 et 2 afin de leur permettre de construire le « sens » des nombres.

- Problèmes d'équipotence ou de comparaison de deux collections

On se trouve ici dans un contexte cardinal (lié aux idées de quantité) d'usage des nombres :

- construire une collection B équipotente à une collection A de référence ;
- construire une collection C à partir d'une collection de référence A, de manière à ce qu'à chaque élément a de A correspondent deux, trois, n éléments de C ;
- comparer, du point de vue de la quantité d'objets qu'elles contiennent, deux collections A et B ;
- compléter une collection B pour qu'elle soit équipotente à une collection A.

- Problèmes de repérage ordinal

Dans ces problèmes, les nombres sont utilisés comme mémoire de la position, pour se repérer dans une suite de cases, dans des listes, ...
- Problèmes d'anticipation du résultat
 - Trouver la quantité obtenue par la réunion de deux ou plusieurs collections ;
 - trouver le point d'arrivée, la valeur du déplacement ou le point de départ d'un pion se déplaçant sur une piste graduée ;
 - rechercher le nombre d'éléments d'une des parties d'une collection en connaissant le nombre d'éléments de la partie complémentaire ;
 - à propos du partage d'une collection en collections équipotentes ou non, chercher la valeur d'une part en connaissant le nombre de parts à réaliser, ou le nombre de parts si la valeur d'une part est donnée ;
 - étudier les effets après échange d'objets de valeur différente sur la quantité d'objets avant et après l'échange et sur la valeur de ces objets.

Ces problèmes peuvent se situer dans un contexte cardinal (collection d'objets), ordinal (piste) ou dans un contexte de mesure (monnaies, longueurs, ...).

2. Procédures utilisées pour résoudre ces problèmes

- La correspondance terme à terme

Les problèmes qui portent sur l'équipotence ou la comparaison de collections peuvent se résoudre sans utilisation des nombres, lorsque tous les objets sont présents.

Par exemple, s'il s'agit de savoir s'il y a autant, plus ou moins de garçons que de filles dans la classe, il suffit de placer un garçon et une fille en vis-à-vis : si chaque garçon se trouve en face d'une fille, on en déduit qu'il y a autant de garçons que de filles, ...

De cette procédure en découle une autre, la correspondance paquet à paquet : il s'agit, par souci d'efficacité, de répartir les éléments de chacune des collections en sous-collections que l'on met en correspondance d'une collection à l'autre. Les sous-collections sont fabriquées au fur et à mesure des mises en correspondance et peuvent être irrégulières.

La taille des collections, la nature des objets (déplaçables ou non par exemple) et les compétences des élèves vont amener ceux-ci à privilégier l'emploi de l'une ou l'autre de ces correspondances. Ce sont donc des variables didactiques.

La correspondance terme à terme est une procédure de résolution indispensable pour des enfants qui ne savent pas encore dénombrer dans le champ numérique de la situation.

Elle est également une procédure de validation par l'action d'une autre procédure utilisée pour la résolution même du problème.

La correspondance terme à terme (ou paquet à paquet) présente plusieurs difficultés d'utilisation :

- les deux collections doivent être proches l'une de l'autre ;
- les éléments des collections peuvent être déplaçables ou non ;
- certains objets, bien que déplaçables, vont poser d'autres problèmes dus à leur trop grande mobilité : c'est le cas des billes, des perles, ... L'enfant ne parvient pas à les faire tenir à la place initiale qu'il leur avait assignée. Ainsi, l'enfant ne repère plus les correspondances qu'il avait essayé d'établir.

Ces difficultés amènent parfois les maîtres à proposer à leurs élèves des outils de mise en correspondance, tels que plateaux, quadrillages, bandes quadrillées, ...

- L'estimation

C'est une procédure de quantification. Elle peut être de deux sortes :

- L'évaluation approximative

Il s'agit de donner un bon ordre de grandeur, par exemple « dans cette salle, il y a une vingtaine de personnes ». Les enfants répugnent à l'utilisation de cette procédure qui ne leur donne pas de certitude et risque donc de produire ce qui pour eux est une erreur.

- Le « subitizing »

Il s'agit d'une reconnaissance immédiate de la quantité, sans dénombrement explicite.

Cette procédure est possible dans le cas de très petites collections (nombres inférieurs à 4 ou 6), ou dans celui de configurations géométriques particulières qui peuvent être reconnues d'un seul coup d'œil (constellations du dé, cartes à jouer).

- Le dénombrement

C'est la procédure de quantification par excellence, utilisable dans presque tous les problèmes cités.

Le dénombrement utilise une suite de mots mis en correspondance terme à terme avec les éléments de la collection considérée de telle sorte que le dernier mot utilisé suffise à garder la mémoire de la quantité.

Ce dernier point est essentiel. En effet, certains enfants, en particulier avant quatre ans, ont compris que la récitation de la suite numérique est la bonne chose à faire lorsqu'on leur pose la question : « combien y a-t-il de... ? », mais le procédé ne leur permet pas vraiment de savoir et de dire effectivement le nombre d'éléments de la collection donnée. Ils se contentent de répéter : « un, deux, trois, quatre », sans pouvoir utiliser le mot-nombre « quatre » comme décrivant la collection du point de vue de la quantité de ses éléments.

- Autres procédures

- Le recomptage

Pour savoir combien il y a de cubes dans une boîte qui en contenait déjà 4 et à laquelle on en ajoute 2, l'enfant recompte l'ensemble des éléments des deux collections à partir de 1, soit en vidant la boîte et en « recomptant » tout, soit en se construisant une collection intermédiaire, comme par exemple en levant 4 doigts, puis 2 et en « recomptant » tous les doigts 1, 2, 3, 4, 5, 6.

- Le décomptage

Il s'agit d'un comptage décroissant.

- Le surcomptage

C'est une évolution indispensable du recomptage. Si nous prenons le même exemple, l'enfant va retenir le nombre 4 qui décrit la première collection et continuer le comptage des 2 éléments de la deuxième collection à partir de 5, soit sur les objets réels s'ils sont visibles, soit sur les 2 doigts qu'il aura levé : 5, 6.

- Le double comptage

Il s'agit de faire avancer deux suites numériques décalées en même temps.

Par exemple, pour savoir sur quelle case d'un jeu de l'oie mon pion initialement posé sur la case 32 arrivera après un déplacement de 3, on peut dire :

1 $\bar{\circ}$ 32 2 $\bar{\circ}$ 33 3 $\bar{\circ}$ 34

Ce qui peut s'illustrer par :

1	2	3	
	32	33	34 35

- Les procédures de calcul

Les procédures de base évoquées ci-dessus permettent de résoudre, plus ou moins laborieusement, tous les types de problèmes envisagés. Cependant, la compréhension de notre système de désignation des nombres permet la construction de procédures de calcul beaucoup plus élaborées et surtout plus économiques.

Exemple :

« Comment peut-on connaître, avant tout déplacement effectif sur la piste de jeu de l'oie, la case d'arrivée d'un pion qui se trouve initialement sur la case 4 avance de 5 cases ? »

Trois procédures sont possibles :

- lever d'abord 4 doigts, puis 5 doigts, et compter tous les doigts levés à partir du premier (recomptage) ;
- ne lever que 5 doigts et commencer le comptage à 5 (surcomptage) ;
- avoir mémorisé le résultat de $4 + 5$ et énoncer immédiatement 9.

Si les nombres de l'exemple précédent deviennent 64 pour la case initiale et 23 pour le déplacement, aucune des procédures évoquées ci-dessus ne conviendra.

Pour calculer $64 + 23$, différentes procédures de calcul peuvent être utilisées :

- recours à un algorithme appris et mémorisé : technique opératoire de l'addition ;
- recours à un outil automatique de calcul (calculatrice par exemple) ;
- recours au calcul réfléchi, s'appuyant sur des décompositions de chacun des nombres en présence et l'utilisation de quelques faits numériques mémorisés.

Par exemple :

$$64 + 23 = 60 + 4 + 20 + 3 = 60 + 20 + 4 + 3$$

$60 + 20$ peut être obtenu à partir de 6 dizaines et 2 dizaines et de 6 et $2 = 8$

De même, $4 + 3$ peut être compté ou su par cœur.

La mémorisation de $4 + 3 = 7$ ne sera vraiment performante que lorsqu'elle permettra également de calculer $3 + 4$; $14 + 3$; $13 + 4$; $24 + 3$;....

3. Variables didactiques

- Les collections
 - L'éloignement ou la proximité des collections à comparer ou à construire.
 - La taille de chaque collection en jeu.
- Les éléments des collections
 - Leur mobilité : déplaçables ou non.
 - Leur disposition : dans le cas d'un dénombrement par exemple, le fait que les objets à dénombrer, s'ils ne sont pas déplaçables, soient disposés en ligne, en vrac, sur une courbe fermée..., va modifier la manière de gérer la procédure.
- Les nombres
 - Domaines numériques :
 - domaine des petits nombres qui peuvent se montrer sur les doigts des deux mains ;
 - domaine des nombres fréquentés dans la vie courante et domaine des grands nombres (évolutif avec le développement des connaissances des élèves).
 - Taille relative : il est également important de prendre en compte l'écart entre les nombres. Pour ajouter 58 et 4 le surcomptage peut être efficace, alors qu'il ne l'est plus pour ajouter 58 et 73.
- La mise en œuvre

Il est difficile de décrire ici les variables qui peuvent intervenir dans les mises en œuvre des situations d'apprentissage.

Exemple :

Dans la construction d'une collection équipotente à une collection de référence à l'aide d'éléments qu'il faut aller chercher sur une table éloignée, le fait de se servir soi-même, de passer commande à un tiers et, dans ce cas, de le faire oralement ou par écrit, sont des variables didactiques...

4. Nombres et mots-nombres

Les jeunes enfants vivent dans un monde plein de nombres, ou du moins, à leur niveau, plein de mots-nombres plus ou moins chargés de sens.

Ils entendent, dès leur plus jeune âge et bien avant l'entrée à l'école, des mots qu'ils savent très tôt reconnaître comme spécifiques des quantités (qu'ils ne confondent pas, par exemple, avec les noms des couleurs, des jours de la semaine, ...) même s'ils n'en comprennent pas l'exacte signification.

Karen Fuson² distingue sept contextes qu'elle regroupe en quatre classes :

- Trois contextes « mathématiques »
 - Contexte cardinal où le mot-nombre « quantifie » une collection : « voilà 2 biscuits ».
 - Contexte ordinal où le mot-nombre décrit l'ordre d'un élément dans une collection d'éléments ordonnés : « prends le deuxième livre sur la table ».
 - Contexte de mesure où le mot-nombre indique le nombre d'éléments nécessaires, pris pour unités, pour « remplir » l'objet considéré : « tu as deux ans aujourd'hui ».
- Deux contextes « séquentiels »
 - Contexte de séquence où chaque mot est un élément d'une suite ordonnée, sans référence à une quelconque réalité : un, deux, trois, quatre...
 - Contexte de dénombrement dans lequel les mots-nombres, organisés en suite stable et conventionnelle, sont mis en correspondance terme à terme avec les éléments d'un ensemble plus ou moins facilement identifiables : jouets, sons, impacts lumineux, ...
- Un contexte symbolique où les mots-nombres servent à décoder une écriture chiffrée, sans autre contexte.
- Un contexte non numérique où les mots-nombres servent à désigner des codes tels que numéros de téléphone, d'autobus, codes postaux, ...

² K. Fuson, « Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans », in Les chemins du Nombre, PUL, 1991.

III. Désignation des nombres

L'enseignement des désignations orales et écrites des nombres s'étale sur l'ensemble de l'école primaire et pose des problèmes, en particulier au niveau du Cours Préparatoire.

1. Donner du sens aux écritures chiffrées

Pour compléter les phrases du type « dans 578, le chiffre des dizaines est... », l'élève doit avoir retenu l'ordre des noms des chiffres : les unités sont le plus à gauche, les dizaines viennent ensuite, puis ce sont les centaines, ... Il peut répondre correctement à ces questions sans avoir compris la construction des nombres, par simple mémorisation. Mais il n'en va plus de même lorsqu'on lui demande : « dans 578, le nombre de dizaines est... ».

Il faut analyser l'écriture chiffrée, non plus chiffre par chiffre, mais en référence à la construction même de ces nombres, c'est-à-dire à partir des idées de groupement et d'échange. Il faut qu'il puisse se représenter la manière dont une collection d'éléments est organisée en base dix :

- les éléments sont groupés par paquets de dix, chaque paquet est maintenant appelé une « dizaine » ; le nombre de ces paquets de dix est le nombre cherché, le nombre d'éléments qui n'ont pu être groupés par dix est le nombre d'unités non regroupées, c'est le chiffre des unités ;
- puis un travail identique de groupement par paquets de dix est effectué sur les dizaines, chaque nouveau paquet étant appelé « centaine », ...

L'élève doit finalement avoir compris et retenu les équivalences :

- une dizaine, c'est la même chose que dix unités ;
- une centaine, c'est la même chose que dix dizaines ;
- une centaine, c'est la même chose que cent unités.

Exemple :

« Pour la fête de l'école, il faut envoyer 237 lettres d'invitation. Les timbres sont vendus par carnets de dix. Combien de carnets faut-il acheter ? »

Quatre types de procédures permettant de trouver la bonne réponse ont été observés :

- Celles qui montrent une totale compréhension de ce qu'apporte l'écriture du nombre de timbres et qui se traduisent par : « Il faut acheter 23 carnets, parce que dans 237, il y a 23 dizaines, et encore un carnet pour les quatre timbres qui restent ».

- Celles qui révèlent une capacité à lire certaines informations dans l'écriture, sans pouvoir toutefois les décoder directement : « Pour faire les 200, je vais dire que pour 100 timbres il faut 10 carnets, alors pour 200 il faut 20 carnets ; pour les 30, il faut 3 carnets et pour les 7 qui restent il faut encore 1 carnet ».
- Celles qui montrent une compréhension du rôle de dix (mais pas de la dizaine) dans l'organisation des calculs, et non dans l'écriture : « Je vais compter de dix en dix jusqu'à 237 et je vais savoir combien il me faut de dix ».
- Dans le dernier type de procédures exactes, on peut regrouper toutes celles qui relèvent de calculs ou de comptages sans appui sur la numération, par exemple : « Il faudrait peut-être 12 carnets ; je vais voir combien ça fait », et calcul sous diverses formes ; ou bien : « Je vais dessiner les timbres et après je ferai des carnets de dix », sans aucun lien avec la dizaine.

Du CP au CE2, il faut proposer aux élèves des activités très contextualisées, afin de leur permettre de comprendre ces mécanismes et d'entrevoir leur puissance. Progressivement, les connaissances acquises dans ces différents contextes se « décontextualisent », deviennent indépendantes des situations qui ont permis de les construire et, ce faisant, sont utilisables dans de nouveaux contextes.

2. Les types d'activités

- Organiser une grande collection en vue d'écrire le nombre d'éléments

Pour que l'élève comprenne le rôle des groupements d'éléments d'une collection dans l'écriture de son nombre d'éléments, on a souvent fait pratiquer de tels groupements sur des collections dont le nombre des éléments pouvait facilement être appréhendé par les élèves du Cours Préparatoire par simple comptage de un en un. Les élèves « font les paquets de dix » qu'on leur demande de faire mais n'en tirent pas de connaissances nouvelles.

Un moment essentiel de ce long apprentissage consiste à leur proposer une situation-problème dans laquelle le dénombrement un à un ne suffit pas. C'est le cas du dénombrement d'une très grande collection, c'est-à-dire contenant plus de 1 000 éléments. Ce nombre d'éléments est ici la variable didactique fondamentale de la situation puisque du choix de sa valeur va dépendre la procédure permettant de résoudre efficacement le problème.

- Reconnaître l'organisation en base dix dans l'écriture chiffrée

Les objectifs sur la compréhension de notre système de numération de position ne seront totalement atteints que lorsque les élèves utiliseront toute l'information contenue dans les écritures chiffrées. Pour cela, du CP au CE2, il faudra proposer aux élèves des situations, aux contextes variés, d'analyse des écritures chiffrées.

Par exemple, le fait de devoir acheter des carreaux vendus à l'unité ou par paquets de dix, pour recouvrir un carrelage, va amener les enfants à mettre en correspondance le nombre total de carreaux (par exemple 47 carreaux), et la commande de carreaux : « 4 paquets de dix et 7 tous seuls ». Malgré tout le travail préalable, certains enfants ne prennent conscience du rôle du 4 dans 47 qu'après avoir commandé effectivement les 4 paquets de dix indispensables. La contrainte de ne pas commander plus de 9 carreaux isolés et le fait d'écrire sur le bon de commande, d'une part le nombre total de carreaux et d'autre part la façon de les obtenir, sont les deux facteurs qui vont faire évoluer les connaissances des élèves dans ce domaine.

- Analyser une collection déjà organisée

Lorsque les élèves ont participé activement à l'organisation d'une collection en paquets de dix, cent, puis mille..., on peut les faire travailler sur des matériels nouveaux, présentant diverses formes d'organisation et dans lesquels les « paquets » sont plus ou moins visibles.

- Matériels avec échange : points, barres et plaques

Le matériel se compose d'éléments unités, de barres de dix qui évoquent dix éléments unités (la barre a la même longueur que celle qui serait composée de dix éléments unités placés l'un à côté de l'autre), de plaques de cent unités (grand carré de 10 x 10).

Des exercices sont proposés :

- Une collection faite d'éléments unités, de barres et de plaques est montrée aux élèves qui doivent trouver le nombre d'éléments unités ainsi représentés.

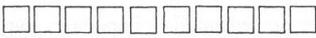
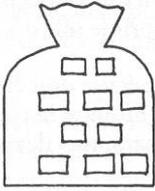
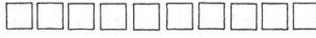
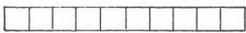
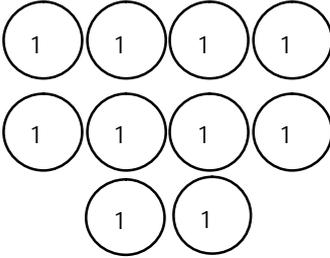
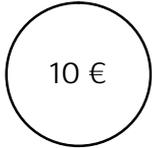
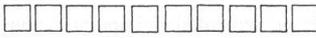
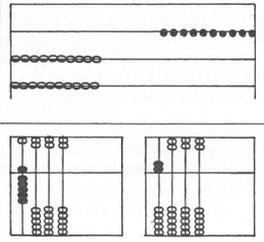
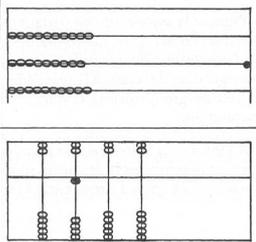
Par exemple, 2 barres, 3 plaques et 6 éléments unités correspondent à une collection contenant 326 éléments ; les élèves peuvent aboutir à ce résultat par deux grands types de procédures :

- écriture additive du type : $10 + 10 + 100 + 100 + 100 + 6$, qui traduit les données une à une ;
- reconnaissance directe du lien avec la numération : 326.
- Inversement, le maître demande aux élèves de sortir de la boîte les éléments correspondant à 653 éléments unités.

- La monnaie

Elle est utilisée comme matériel de numération. En effet notre système monétaire repose sur une organisation faisant une large place à la base dix : en retirant les pièces et les billets fort utiles dans la vie courante mais qui ne sont pas indispensables dans notre système de numération (2 €, 5 €, 20 €, 50 €...), les enfants peuvent pratiquer les mêmes activités que ci-dessus.

3. Les différents matériels

	10 unités	1 dizaine
<p><u>Les « uns » qui demeurent</u></p> <p>Dans la dizaine que l'on constitue par regroupement chacune des unités reste présente.</p>		
<p><u>Les « uns » qui s'échangent, mais restent visibles</u></p> <p>Comparativement au premier cas, on effectue une opération supplémentaire : l'échange qui fait disparaître le « un » initial dans un tout, la barre.</p>		
<p><u>Les « uns » qui disparaissent mais laissent une trace symbolique</u></p> <p>C'est le principe même de l'argent. Les dix pièces de 1 € n'apparaissent plus dans le billet de 10 €, mais le 10 est inscrit.</p>		
<p><u>Les « uns » qui disparaissent se transforment en un autre « un » en changeant de couleur</u></p>		
<p><u>Les « uns » qui parlent suivant la position</u></p> <p>Il s'agit des abaques et des bouliers.</p>		

4. La suite numérique

La suite numérique écrite, parfaitement régulière, ne fait que traduire les effets des groupements en base dix.

Pourtant, les élèves sont capables d'apprendre à écrire cette suite, de la prolonger dans un domaine numérique jusque-là inconnu d'eux, par la simple observation de son fonctionnement et l'utilisation de l'algorithme qui la construit, bien avant d'avoir compris le rôle des groupements.

Si cette suite écrite doit être bien maîtrisée par l'enfant, il est important, pour le maître, de ne pas confondre la compréhension et la maîtrise de l'algorithme avec celle des fondements sémantiques (le rôle des groupements et des échanges) de notre système de numération.

Certains enfants sont très vite capables de repérer les régularités, alors que pour d'autres, il faudra provoquer les prises de conscience et organiser des activités spécifiques. Tous les outils permettant l'affichage de cette suite (de la vie quotidienne ou fabriqués spécifiquement dans le cadre scolaire) doivent être examinés et proposés à l'observation des enfants : mètres de couturière, bandes numériques, tableaux de nombres 10×10 , droites numériques graduées de 1 en 1, de 10 en 10, ... Les prises de conscience ne se font pas par tous les enfants au même moment ou à partir du même matériel.

5. Numération écrite, numération orale

- Codages, décodages

La suite écrite et la suite orale ne présentent pas les mêmes difficultés d'acquisition.

- La suite écrite est parfaitement régulière. C'est donc sur cette suite que l'on va faire travailler l'observation des régularités.
- La suite orale possède de ses nombreuses irrégularités surtout présentes au début de cette suite. Deux types d'irrégularités doivent être travaillées :

- Les mots-nombres de onze à seize.

Ces mots sont d'abord utilisés globalement, sans référence à la suite écrite, ils ne comportent pas de difficultés spécifiques et leur mémorisation se fait comme pour les mots-nombres qui les précèdent.

- De soixante à quatre-vingt dix-neuf.

Les difficultés vont poser beaucoup plus de problèmes pour plusieurs raisons. La première vient du fait que l'enfant qui commence à travailler dans ce domaine numérique vient, en fait, de percevoir les régularités de la suite numérique dans le

domaine précédent et se trouve dérouté par ce brusque changement.

La seconde tient à la nature de ces irrégularités puisque les mots que l'on rencontre alors ont des compositions variées :

- soixante-dix obéit à une composition uniquement additive : $60 + 10$;
- quatre-vingts est composé de façon multiplicative : 4×20 ;
- quatre-vingt dix cumule les deux types d'irrégularités : $4 \times 20 + 10$.

Certains enfants mémorisent très vite ces mots-nombres irréguliers peut-être sans trop se poser de questions à l'égard de leur construction. Mais pour d'autres, il faut envisager un travail spécifique et répété.

Des activités de repérage, du type de ceux qui sont utilisés pour l'apprentissage de la lecture, sont souvent bien utiles. Par exemple, dans « trente-sept », j'entends « trente » et « sept », je vois 3 pour trente (et non pas 30) et 7 pour sept.

- Les grands nombres

La notion de grands nombres est relative. Pour un enfant de Grande Section, « cent » c'est « très beaucoup », et c'est même en général inconcevable, c'est-à-dire que l'enfant ne peut évoquer une collection de cent objets. Pour un enfant du CP, c'est plutôt « mille » qui évoque l'abondance...

On peut sans doute dire qu'est jugé « grand », par un enfant de l'école primaire, un nombre difficile à concevoir, difficile à lire ou à écrire, et en tous cas d'usage inhabituel.

Sur le plan didactique, on parle en général de « grands nombres » pour évoquer les nombres au-delà de dix mille ou cent mille étudiés de façon systématique au cycle 3. Les écritures chiffrées de ces grands nombres sont organisées en tranches de trois chiffres (pour appui oral sur le millier), séparées par un court espace pour en faciliter la lecture.

6. Comparaison des nombres à partir de leurs écritures chiffrées

Au cycle 1 les problèmes de comparaison concernent surtout les collections elles-mêmes.

A partir du cycle 2, les élèves sont souvent confrontés à la comparaison de nombres à partir de leurs écritures chiffrées.

Les élèves sont ainsi amenés à se construire des procédures personnelles de comparaison qu'ils vont progressivement rendre plus automatiques et traduire de la façon suivante :

- Si les deux nombres n'ont pas le même nombre de chiffres, le plus grand est celui qui a le plus de chiffres.
- Si les deux nombres ont le même nombre de chiffres, on regarde le chiffre du rang le plus à gauche :
 - Si ces deux chiffres sont différents, le plus grand nombre est celui qui a le plus grand chiffre de l'unité la plus grande représentée.
 - Si ces deux chiffres sont les mêmes, on regarde le chiffre suivant, ou le suivant du suivant, jusqu'à ce que ces deux chiffres de même rang soient différents : le plus grand nombre est celui pour lequel ce chiffre est le plus grand.

A l'oral, les comparaisons de nombres se font principalement par appui sur certains mots entrant dans la composition des mots-nombres étudiés. Par exemple, pour comparer « deux mille cinq cent quarante-trois » et « douze mille huit cent treize », seule la partie entendue avant les mots mille, ici contenus dans les deux nombres, est prise en compte.

Il est important que les élèves prennent conscience qu'à l'oral le nombre de mots utilisés ne joue pas le rôle joué par le nombre de chiffres dans les écritures chiffrées, la longueur de l'écriture ne donnant aucune indication sur la taille d'un nombre : « mille » qui n'utilise qu'un mot est plus grand que « trois cent quatre-vingt dix-sept » qui en nécessite six.

7. Récapitulatif

	Désignations chiffrées	Désignations orales
Utiliser globalement les désignations	<ul style="list-style-type: none"> lecture de certaines écritures chiffrées isolées ou organisées (bande numérique) 	<ul style="list-style-type: none"> utilisation des mots-nombres mémorisés
Comprendre les groupements et les échanges	<ul style="list-style-type: none"> valeur des chiffres en fonction de leur position équivalences : 1 dizaine = 10 unités 1 centaine = 10 dizaine 1 centaine = 10 unités lien avec groupements et échanges lien avec décompositions : $235 = (2 \times 100) + (3 \times 10) + 5$ valeur des chiffres et comparaison des nombres 	<ul style="list-style-type: none"> sens des mots : vingt, cent, mille,... rôle de la position des mots : « trois cents » et « cent trois » lien avec décomposition : 3×100 et $100 + 3$
Comprendre l'organisation de la suite numérique	<ul style="list-style-type: none"> algorithme permettant de produire la suite numérique rôle différent des chiffres selon leur position obtention du précédent et du suivant liens avec le fonctionnement d'un compteur 	<ul style="list-style-type: none"> les régularités : de un à neuf, de vingt à soixante les irrégularités : de dix à vingt, de soixante-dix à cent
Passer de l'écrit à l'oral et réciproquement	<ul style="list-style-type: none"> écrire et lire des nombres 	
Comparer et ranger des nombres	<ul style="list-style-type: none"> utilisation d'outils tels que la bande numérique et la droite numérique utilisation d'un algorithme de comparaison des écritures chiffrées 	<ul style="list-style-type: none"> situer des nombres les uns par rapport aux autres