Master 1 EEA

EM8ECELM : Modélisation et Commande des Convertisseurs Statiques

Examen du 12 Mai 2015 *Sans document*
Durée : 1H30

On se propose d'étudier la commande du convertisseur continu-continu représenté sur la figure 1. Ce convertisseur doit permettre, à partir d'une source de tension de valeur E, d'alimenter une charge sous une tension réglable entre 0 et $2 \cdot E$.

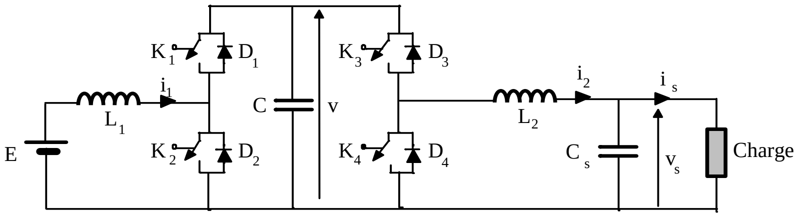


Figure 1

Commande du premier étage

La figure 2 représente le premier étage de la structure, le second étage étant assimilé à une source de courant i_e variable. Les interrupteurs K_1 et K_2 sont pilotés de manière complémentaire et les configurations possibles sont repérées par la variable u :

u=1 pour K_2 fermé et K_1 ouvert,
u=0 pour K_2 ouvert et K_1 fermé.

Les choix de la self L_1 et du condensateur C permettent de supposer que, sur un cycle de fonctionnement des interrupteurs, la tension v est pratiquement constante.
Dans la suite, on se propose de développer une régulation de la tension v.

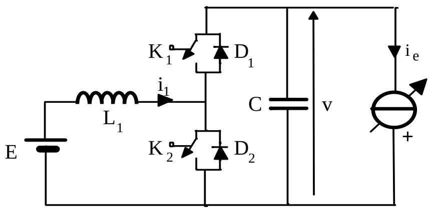


Figure 2

1) Ecrire les équations d'état en valeur instantanées de cet étage.

2) A quelle condition sur la tension v peut-on faire croître ou décroître le courant i_1 ? Donner dans chaque cas la valeur de u. Le courant i_1 peut-il être négatif ? Justifier.

Université Paul Sabatier - F.S.I. **Année Universitaire 2014-15**

On se propose de déterminer une régulation en utilisant un mode en courant maximum. La tension souhaitée aux bornes de C est $3 \cdot E$.

3) En notant α le rapport cyclique induit par ce mode, donner les équations d'état en valeurs moyennes de cet étage (***On notera les valeurs moyennes par des lettres capitales***).

4) En régime permanent, donner les conditions d'équilibre sur un point $\left(\alpha_0 , I_{10} , V_0 = 3 \cdot E , I_{e0}\right)$.

5) Toujours en régime permanent, établir une relation liant I_{10} et I_{e0} au moyen d'un bilan de puissance entrée-sortie.

6) En négligeant l'écart entre le courant maximum et le courant moyen I_1 dans la self L_1, déterminer, en mode courant, l'équation d'état moyenne vérifiée par la tension V sous la forme $\dfrac{dV}{dt} = f\left(V, I_1, \dfrac{dI_1}{dt}, I_e\right)$.

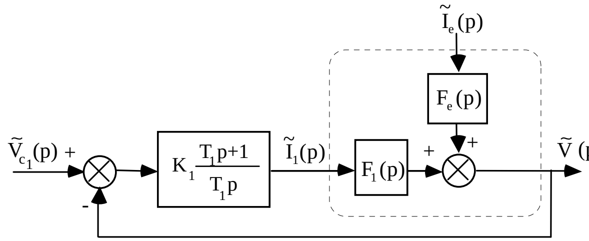
On pose : $V = V_0 + \tilde{V} = 3 \cdot E + \tilde{V}$; $I_1 = I_{10} + \tilde{I}_1$; $I_e = I_{e0} + \tilde{I}_e$.

7) Déterminer le modèle d'état aux petites variations (modèle petits signaux) de ce premier étage. En employant la relation obtenue à la question 5, donner une expression de cette équation d'état dans laquelle les seuls paramètres intervenant sont E, L_1, C et I_{e0}.

8) Expliciter alors les fonctions de transfert $F_1(p)$ et $F_e(p)$ correspondant à l'expression: $\tilde{V}(p) = F_1(p) \cdot \tilde{I}_1(p) + F_e(p) \cdot \tilde{I}_e(p)$. Donner la constante de temps caractéristique, notée τ, associée à $F_1(p)$ et $F_e(p)$.

Le schéma fonctionnel "petits signaux" de la régulation de la tension de sortie du premier étage est représenté sur la figure 3. La consigne de tension est notée V_{c1}. On pose $V_{c1} = V_{c10} + \tilde{V}_{c1}$ où V_{c10} est la valeur souhaitée pour la tension de sortie. Dans notre cas, $V_{c10} = V_0 = 3 \cdot E$. En fonctionnement normal, $\tilde{V}_{c1} = 0$.

Dans une première approche, en vue de simplifier le calcul du correcteur, le courant de sortie à l'équilibre I_{e0} est supposé constant. On choisit alors $T_1 = \tau$ (méthode de compensation du pôle dominant).



$\tilde{I}_1(p)$

Figure 3

9) Déterminer la fonction de transfert de poursuite : $\left.\dfrac{\tilde{V}(p)}{\tilde{V}_{c1}(p)}\right|_{\tilde{I}_e(p)=0}$.

10) Donner l'expression littérale de K_1 permettant d'obtenir une constante de temps en boucle fermée $\tau_{BF} = \dfrac{\tau}{x}$ (x>0).

Commande du second étage

La figure 4 représente le second étage de la structure. La régulation de la tension de sortie du premier étage est supposée fonctionner correctement; v a donc sensiblement pour valeur $3 \cdot E$. La charge du second étage est assimilée à une source de courant i_s variable. Les interrupteurs K_3 et K_4 sont pilotés de manière complémentaire et les configurations possibles sont repérées par la variable w :

w=1 pour K_3 fermé et K_4 ouvert,

w=0 pour K_3 ouvert et K_4 fermé.

On se propose de développer une régulation de la tension v_s à une consigne V_c réglable.

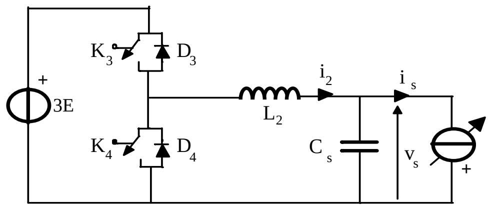


Figure 4

11) A quelle valeur maximale théorique peut-on réguler la tension v_s ? Pourquoi ?

La régulation est effectuée au moyen d'un mode courant sur i_2, que l'on supposera idéal dans la suite.

12) Rappeler le principe de ce mode courant idéal. La consigne en courant sera notée I.

13) Ecrire alors l'équation différentielle vérifiée par la tension de sortie v_s. Donner le schéma électrique équivalent ainsi qu'un schéma fonctionnel.

La figure 4 représente le schéma fonctionnel retenu pour la régulation de tension de ce second étage (consigne V_{c2}).

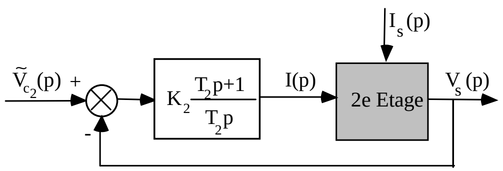


Figure 4

14) Exprimer la fonction de transfert en poursuite $\left.\dfrac{V_s(p)}{V_{c2}(p)}\right|_{I_s(p)=0}$.

15) En identifiant le dénominateur de cette fonction de transfert au polynôme $1+\dfrac{2z}{\omega_n}p+\dfrac{p^2}{{\omega_n}^2}$, exprimer K_2 et T_2 en fonction de ω_n et z. Expliquer qualitativement comment choisir ω_n et z.

16) Exprimer la fonction de transfert en régulation $\left.\dfrac{V_s(p)}{I_s(p)}\right|_{V_c(p)=0}$.

17) La commande proposée permet-elle de rejeter une "perturbation" sur le courant de sortie de type échelon ? Expliquer rapidement.

* * *

Correction

1) $\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{E}{L_1} - \frac{v}{L_1}(1-u) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_1(1-u)}{C} - \frac{i_c}{C}\end{cases}$

2) $v > E$

3) $\begin{cases}\frac{dI_1}{dt} = \frac{E}{L_1} - \frac{V}{L_1}(1-\alpha) \quad (a) \\ \frac{dV}{dt} = \frac{I_1(1-\alpha)}{C} - \frac{I_c}{C} \quad (b)\end{cases}$

4) $E = V_0(1-\alpha_0)$ $\quad \frac{V_0}{E} = \frac{1}{1-\alpha_0} = 3$

$I_{10}(1-\alpha_0) = I_{c0}$ $\quad I_{10} = 3I_{c0}$

5) $E I_{10} = V_0 I_{c0} = 3E I_{c0}$ $\quad \boxed{I_{10} = 3I_{c0}}$

6) (a) → $1-\alpha = \frac{E}{V} - \frac{L_1}{V}\frac{dI_1}{dt}$

(b) → $\boxed{\frac{dV}{dt} = \frac{I_1 E}{CV} - \frac{L_1}{C}\frac{I_1}{V}\frac{dI_1}{dt} - \frac{I_c}{C}}$

7) $\frac{d\tilde V}{dt} = \frac{\partial f}{\partial V}\Big|_0 \tilde V + \frac{\partial f}{\partial I_1}\Big|_0 \tilde I_1 + \frac{\partial f}{\partial(\frac{dI_1}{dt})}\Big|_0 \frac{d\tilde I_1}{dt} - \frac{\partial f}{\partial I_c}\Big|_0 \tilde I_c$

$\frac{\partial f}{\partial V}\Big|_0 = -\frac{I_{10}E}{CV_0^2} = -\frac{3I_{c0}E}{C(3E)^2} = -\frac{I_{c0}}{3CE}$

$\frac{\partial f}{\partial I_1}\Big|_0 = \frac{E}{CV_0} = \frac{1}{3C}$

$\frac{\partial f}{\partial(\frac{dI_1}{dt})}\Big|_0 = -\frac{L_1 I_{10}}{CV_0} = -\frac{L_1 3I_{c0}}{C\,3E} = -\frac{L_1 I_{c0}}{CE}$

$\frac{\partial f}{\partial I_c}\Big|_0 = -\frac{1}{C}$

$$\boxed{\frac{d\tilde V}{dt} = -\frac{I_{c0}}{3CE}\tilde V + \frac{1}{3C}\tilde I_1 - \frac{L_1 I_{c0}}{CE}\frac{d\tilde I_1}{dt} - \frac{1}{C}\tilde I_c}$$

8) $p\tilde V(p) = -\frac{I_{c0}}{3CE}\tilde V(p) + \frac{1}{3C}\tilde I_1(p) - p\frac{L_1 I_{c0}}{CE}\tilde I_1(p) - \frac{1}{C}\tilde I_c(p)$

$\left(\frac{3CE}{I_{c0}}p + 1\right)\tilde V(p) = \left(\frac{E}{I_{c0}} - 3L_1 p\right)\tilde I_1(p) - \frac{3E}{I_{c0}}\tilde I_c(p)$

$$\boxed{\tilde V(p) = \frac{E}{I_{c0}}\left(\frac{1 - \frac{3L_1 I_{c0}}{E}p}{1+\underbrace{\frac{3CE}{I_{c0}}}_{\tau}p}\right)\tilde I_1(p) - \frac{3E}{I_{c0}}\cdot\frac{1}{1+\frac{3CE}{I_{c0}}p}\tilde I_c(p)}$$

9) $\frac{\tilde V(p)}{\tilde U_c(p)} = \frac{K_1\frac{E}{I_{c0}}\left(1-\frac{3L_1I_{c0}}{E}p\right)}{\tau p + K_1\frac{E}{I_{c0}}\left(1-\frac{3L_1I_{c0}}{E}p\right)}$ $\quad T_1 = \frac{3CE}{I_{c0}}$

$= \frac{1-\frac{3L_1I_{c0}}{E}p}{\frac{I_{c0}}{E}\left(\frac{\tau}{K_1} - 3L_1\right)p + 1}$

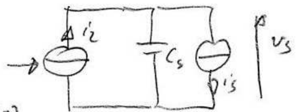
$$\boxed{\begin{gathered}\tau_0 = \frac{3L_1 I_{c0}}{E} \qquad K_0 = \frac{E}{I_{c0}} \\ \frac{\tilde U(p)}{\tilde U_c(p)} = \frac{1-\tau_0 p}{1+\frac{\tau - K_1K_0\tau_0}{K_1K_0}p} \\ \tau_{BF} = \frac{\tau - K_1K_0\tau_0}{K_1K_0}\end{gathered}}$$

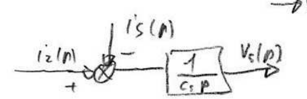
10) $\tau_{BF} = \frac{\tau}{x} = \frac{I_{c0}}{E}\left(\frac{\tau}{K_1} - 3L_1\right)$ → $\boxed{K_1 = \frac{x\tau I_{c0}}{E\tau + 3L_1 x I_{c0}}}$

11) 3E car abaisseur

12) $\begin{cases} u: \ i_2 > I \quad w = 0 \\ u: \ i_2 < I \quad w = 1.\end{cases}$

13) $\frac{dv_s}{dt} = \frac{i_2}{C_s} - \frac{i_s}{C_s}$





14) $\frac{U_s(p)}{U_c(p)} = \frac{K_2(T_2p+1)}{T_2C_sp^2 + K_2(T_2p+1)} = \frac{T_2p+1}{\frac{T_2C_s}{K_2}p^2 + T_2p + 1}$

15) $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_2C_s}{K_2}$ $\quad \frac{2z}{\omega_n} = T_2$ $\quad \boxed{\begin{gathered}T_2 = \frac{2z}{\omega_n} \\ K_2 = 2z\,\omega_n C_s\end{gathered}}$

16) $\frac{U_s(p)}{I_s(p)} = -\frac{\frac{1}{C_sp}}{1+K_2\frac{T_2p+1}{C_sT_2p^2}} = -\frac{T_2 p}{C_sT_2p^2 + K_2T_2p + K_2}$

$\frac{U_s(p)}{I_s(p)} = -\frac{T_2}{K_2}\frac{p}{\frac{C_sT_2}{K_2}p^2 + T_2p + 1}$

17) Pas d'erreur de position.