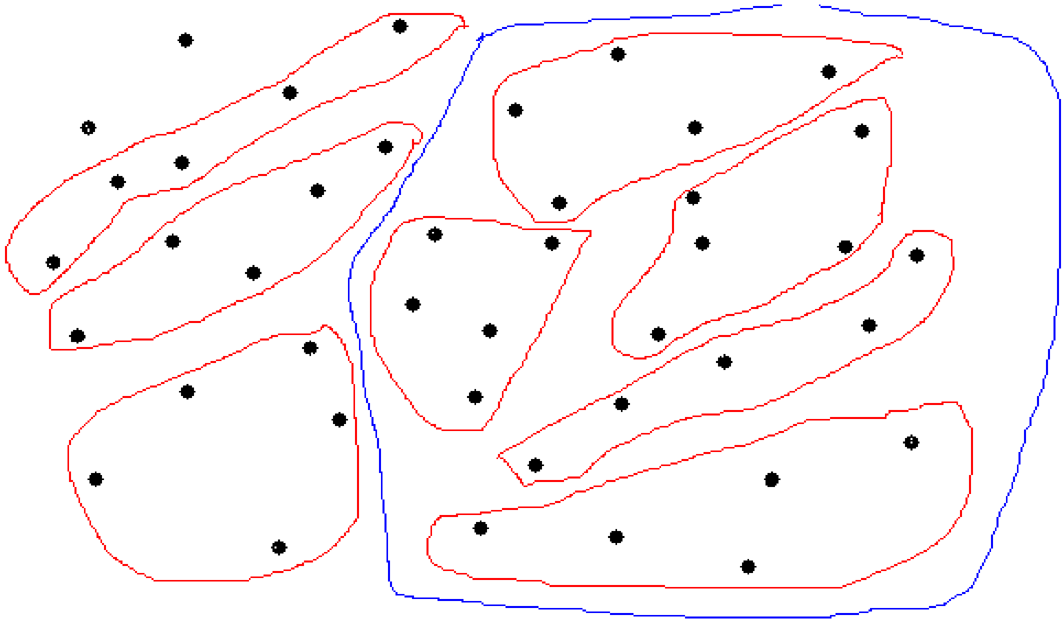
Les bases en numération :

Qu'est-ce qu'une base ?

C'est le nombre d'éléments d'un groupement.
Effectivement, quand on dit qu'on est en base 5, on fait des groupements par 5.
C'est à dire qu'on groupe les éléments en groupements de 5 éléments (en rouge) puis en groupes de 5 groupements de 5 éléments (en bleu) puis en groupements de 5 groupes de 5 groupements de 5 éléments (pas ici)



Tu as donc 1 groupe de 5 groupements de 5 éléments, 3 groupements de 5 éléments et 2 éléments seuls. (pour information, ce nombre s'écrit 132 en base cinq)

L'écriture dans notre base 10 :

Nous somme en base dix et nous nommons les groupements : unités (éléments seuls), dizaines (groupe de 10 éléments seuls ou unités), centaines (groupe de 10 groupes de 10 unités)...

Nous sommes dans une numération dite de position, c'est à dire que la valeur des chiffres dépend de leur place dans le nombre. Quand on écrit en base x, cela signifie que l'on est dans une numération de position !

Quand on écrit 621 en base dix, on dit qu'il y a 6 centaines, 2 dizaines et 1 unité.
Il y a donc :
6 groupes de 10 groupements de 10 unités : 6 X 10 X 10 ou 6 X 10^2
2 groupements de 10 unités : 2 X 10 ou 2 X 10^1
1 élément seul : 1 X 1 ou 1 X 10^0

L'écriture dans 1 base x :

Si on élargit dans une base x, on a :
Le rang le plus à droite est égal à x^0
Le rang un cran vers la gauche est égale à x X x^0 ou x^1
Le nombre un cran de plus à gauche est égal à x X x^1 ou x^2
Ainsi, chaque rang vers la gauche, est un niveau au dessus de groupements.

Passer de la base 10 à la base x :

→ En utilisant la division successive :

Prenons 167 en base 10 que l'on veut écrire en base 5.

On va chercher les groupements par 5 successifs.

- Combien de groupements de 5 éléments on peut faire ?

167 = 5 X 33 + 2. Il reste donc 2 éléments tous seuls

- Cherchons maintenant le nombre de groupes de groupements de 5 que l'on peut faire :

33 = 5 X 6 +3. Il reste donc 3 groupements de 5

- Cherchons maintenant le nombre de groupements de groupes de groupements de 5

6 = 5 X 1 +1. Il reste donc 1 groupes de groupements de 5.

==> Nous avons ainsi 1 groupement de groupes de groupements de 5, 1 groupes de groupements de 5, 3 groupements de 5 et 2 éléments seuls.

==>167 en base 10 devient donc 1132 en base 5.

→ En utilisant le tableau de conversion :

On sait que :

$5^0 = 1$

$5^1 = 5$

$5^2 = 25$

$5^3=125$

$5^4=625$

- 167 est entre 125 et 625, autrement dit entre 5^3 et 5^4.

On cherche combien de fois 125 dans 167 : il y en a une fois.

167-125 = 42

- 42 est entre 25 et 125, autrement dit entre 5^2 et 5^3.

On cherche combien de fois 25 dans 42 : il y en a une fois.

42-25 = 17

- 17 est entre 5 et 25, autrement dit entre 5^1 et 5^2.

On cherche combien de fois 5 dans 17 : Il y en a 3 fois.

17-5X3 = 17-15 = 2

- 2 n'est pas divisible par 5 : il reste donc 2 éléments seuls.

==> 167 en base 10 devient 1132 en base 5.

Passer d'une base x à une base 10 :

Reprenons l'exemple du début : 132 en base 5.

Je sais maintenant que 132 en base 5 signifie 1 X 52 + 3 X 51 + 2 X 50 = 1 X 25 + 3 X 5 + 2 x 1 = 25 +15 +2 = 42

==> 132 en base 5 devient 42 en base 10.

Voici mon petit essai d'explication. On verra plus tard pour les calculs en base ;)