

## LES FRACTIONS AU CYCLE 3

### I. Les programmes

L'introduction de l'enseignement des fractions a lieu au cycle 3 en général en classe CM1.

Extraits des programmes de 2002 :

- utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures de longueurs ou d'aires, une unité étant choisie, ou pour construire un segment (ou une surface) de longueur (ou d'aire) donnée ;
- nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième... ;
- encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs ;
- écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

### II. Introduction de la notion de fraction au cycle 3

Plusieurs questions se posent :

- On peut donner plusieurs significations à une écriture fractionnaire comme  $\frac{3}{4}$ , soit 3 fois  $\frac{1}{4}$  en s'appuyant sur le partage d'une unité, soit 3 : 4 en s'appuyant sur le sens quotient.

Quelle signification va être privilégiée dans l'introduction des fractions ?

- La fraction, partage de l'unité, semble omniprésente mais dans ce cas la nature du support mérite l'attention.

Il est utile de repérer si l'on travaille sur des partages d'unités d'aire ou de longueur.

- En ce qui concerne les fractions supérieures à l'unité, sont-elles introduites dès le début des progressions présentes dans les manuels ?

Y a-t-il des propositions de différentes écritures de telles fractions  $1 + \frac{1}{4}$

pour la fraction  $\frac{5}{4}$  ?

Pour répondre à ces questions, étudions le début d'une progression portant sur les fractions à travers la première activité proposée dans quatre manuels de CM1.

1. Extrait du manuel Maths + CM1, SED, 2003, page 28

## Les fractions : demi, tiers, quart

### Recherche



JE VAIS MANGER LA MOITIÉ DE LA GAUFRE.

Reproduis cette gaufre et colorie ce qui va être mangé. Écris ensuite sous la forme d'une fraction :

a) la partie de la gaufre qui sera mangée ;

b) la partie de la gaufre restante.

*Cave de gaufres*

La moitié, c'est aussi un demi ou  $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{Nombre de part mangée}}{\text{Nombre total de parts}}$$



---

◆ Reproduis les gaufres, puis colorie ce que chaque enfant va manger. Écris ensuite, sous la forme d'une fraction, la partie de gaufre que tu as coloriée.





JE VAIS MANGER UN TIERS DE MA GAUFRE.



ET MOI, JE VAIS MANGER DEUX TIERS DE LA MIÈNNE.

Seules les fractions demi et tiers donc inférieures à l'unité sont introduites.

Deux supports sont utilisés : une surface rectangulaire (la gaufre) et un segment pour représenter  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{2}{3}$ . Les surfaces et le segment présentés sont déjà partagés.

Ici c'est l'aspect codage par une fraction d'unité qui prédomine :

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{Nombre de parts utilisées}}{\text{Nombre total de parts}}$$

## 2. Extrait du manuel Le nouvel objectif calcul CM1, Hatier, 2001, page 118

# Fractions :

## où les entiers ne suffisent plus

Se rendre compte de l'insuffisance des nombres entiers pour résoudre certains problèmes; envisager l'existence de nouveaux nombres se situant entre les entiers.

### Découverte

Sébastien, Mélanie, Éléa, Romain, et Margaux ont tracé des segments. Ils les ont mesurés avec l'unité  $u$  suivante :

Voici les segments qu'ils ont tracés et les messages qu'ils ont rédigés pour décrire la longueur de leur segment.

**SÉBASTIEN** « Pour tracer mon segment, j'ai reporté 3 fois le segment unité. »

**MÉLANIE** « Mon segment mesure un demi-segment unité. »

**ÉLÉA** « Le segment que j'ai tracé mesure entre 2 et 3 segments unités, presque 2 et 1/2. »

**ROMAIN** « Mon segment a une longueur de 3 segments unités + 1/4 de segment unité. Pour obtenir 1/4, j'ai plié le segment unité en quatre parties égales, et j'en ai pris une partie. »

**MARGAUX** « Mon segment mesure 5/4 de segment unité. »

Trouve qui a tracé chaque segment. N'utilise pas ta règle graduée.

Les fractions présentes sont inférieures ou supérieures à l'unité.

Les écritures du type  $\frac{5}{4}$  et  $3 + \frac{1}{4}$  sont présentes.

Les supports utilisés sont des segments. Les segments proposés ne sont pas partagés.

Ici, c'est l'aspect construction d'un segment ayant pour longueur une fraction d'unité qui prédomine. L'aspect mesure donné d'emblée à la fraction confère statut de nombre à la fraction ainsi introduite.

## 3. Extrait du manuel Place aux maths CM1, Edition Bordas, 2002, page 62

## Les fractions (1)

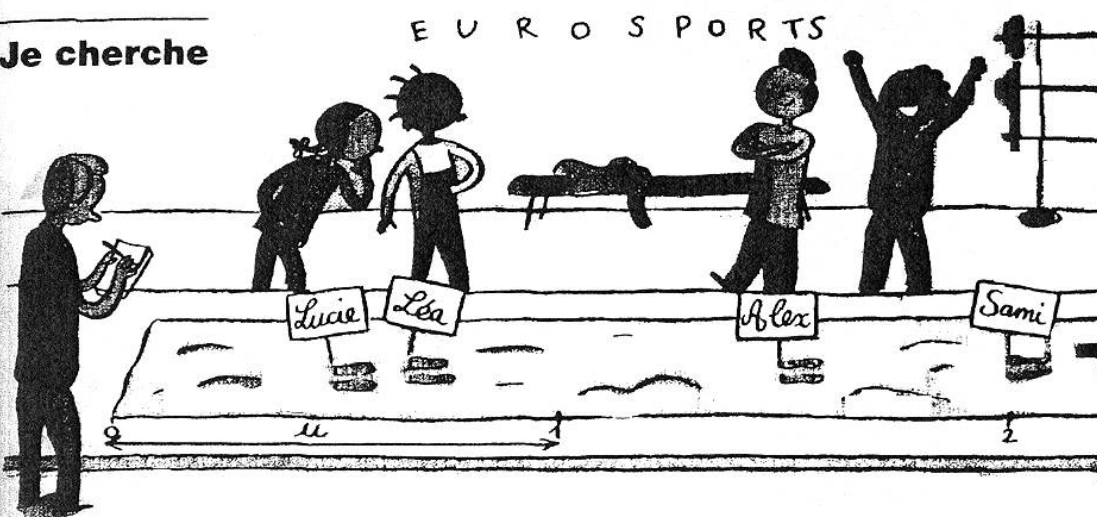
.....

**Jeu de calcul :** Portrait d'un nombre.

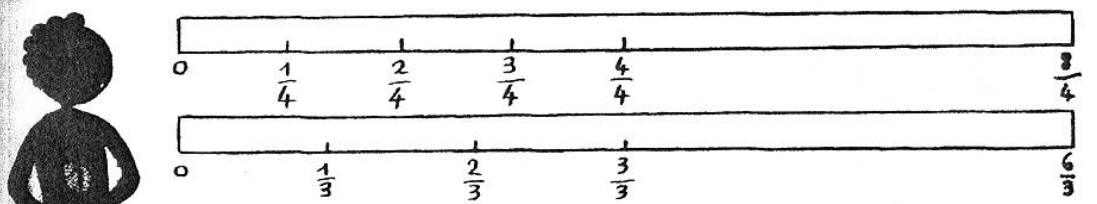
---

**Je cherche**

E U R O S P O R T S



**A.** Léa, Lucie, Alex et Sami veulent mesurer la longueur de leur saut. Pour cela, ils ne disposent que de l'unité  $u$ . Sami a une bonne idée : il faut **partager** l'unité  $u$ .



Que peux-tu dire de  $\frac{3}{3}$  et de  $\frac{4}{4}$  ? de  $\frac{8}{4}$  et de  $\frac{6}{3}$  ?

$\frac{1}{3}$  (un tiers),  $\frac{2}{3}$  (deux tiers),  $\frac{3}{4}$  (trois quarts), sont des **fractions**.

Les fractions présentes sont inférieures et ou supérieures à l'unité.

Les écritures du type  $\frac{8}{4}$  sont présentes.

Les supports utilisés sont des bandes graduées. Le début des bandes est partagé en quarts ou en tiers.

L'aspect codage par une fraction d'unité et l'aspect mesurage à l'aide d'une fraction sont présents.

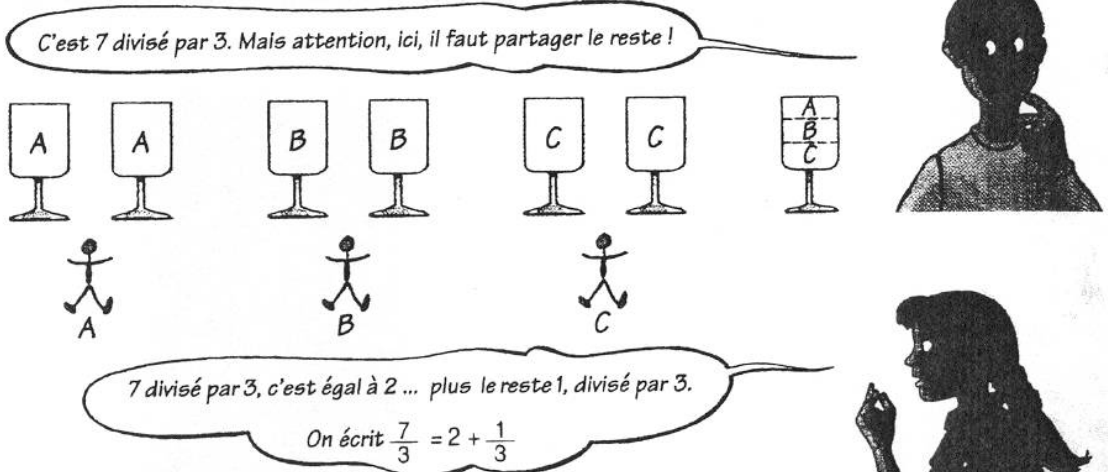
## 4. Extrait du manuel J'apprends les maths CM1, Retz, 1998, page 88

**Je découvre**

**1** Tu vas apprendre une nouvelle division, celle où l'on partage le reste.

Problème : 7 verres de jus d'orange sont à partager entre 3 enfants.  
Quelle sera la part de chaque enfant ?

C'est 7 divisé par 3. Mais attention, ici, il faut partager le reste !



7 divisé par 3, c'est égal à 2 ... plus le reste 1, divisé par 3.

On écrit  $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

Et s'il fallait partager 10 verres entre 3 enfants ? Écris l'égalité correspondante.

La fraction introduite ici est la fraction quotient<sup>1</sup>, c'est-à-dire 7 divisé par 3 avec le reste partagé. L'auteur du manuel appelle ensuite ce type de division la division fraction.

$\frac{7}{3}$  se lit « 7 divisé par 3 » et  $\frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$  donc « 7 divisé par 3 » est égal à 2 + « 1 divisé par 3 ».

La fraction est donc ici le codage d'une division fraction.

Les fractions présentes sont supérieures ou inférieures à l'unité.

Le support est contextualisé (des verres), il n'est pas demandé aux élèves de réaliser des partages d'unités d'aires ou de longueurs comme dans les précédents documents.

5. Conclusion

Les introductions étudiées ci-dessus montrent que les différences essentielles relèvent de la définition de la fraction qui va être institutionnalisée : codage d'un partage d'unité, introduction de nouveaux nombres pour effectuer une mesure ou nouvelle écriture pour coder une division.

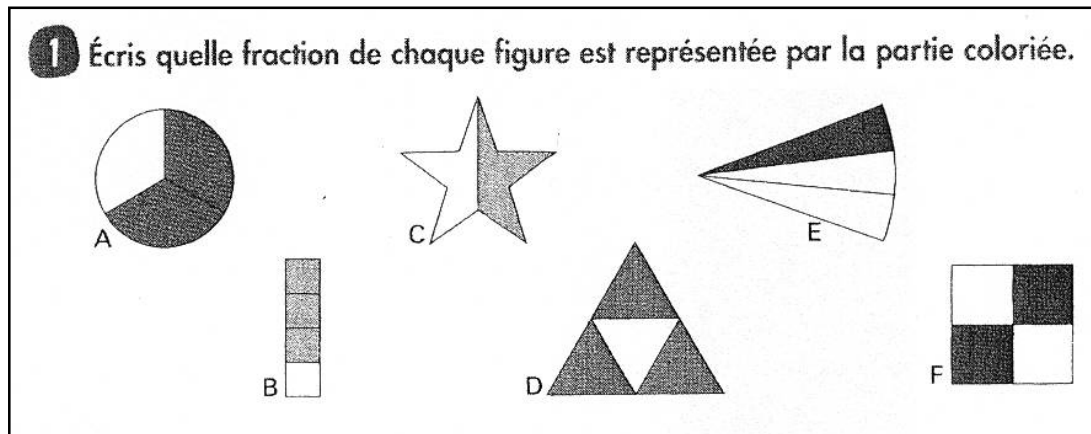
<sup>1</sup> L'enseignement de la fraction quotient relève officiellement des programmes de 6<sup>ème</sup>.

### III. Modèles implicites ou conceptions des élèves

#### 1. Conception 1 : une fraction représente toujours une partie d'unité

Dans la vie courante ou dans certaines introductions scolaires, quand on prend la fraction d'une tarte, d'une pizza ..., on a une fraction plus petite que l'unité. Il devient alors difficile dans ce contexte-là de comprendre ce qu'est une fraction supérieure à l'unité.

Exemple<sup>2</sup> :



Cet exercice n'est pas une source de difficulté pour les élèves ayant compris le codage d'une fraction, mais la résolution exclusive de ce type d'exercices sans dépasser l'unité va instaurer des modèles de fractions limités au codage du partage d'une unité.

La fraction  $\frac{5}{4}$  constitue donc un obstacle pour les élèves.

#### 2. Conception 2 : une fraction, c'est deux nombres entiers séparés par un trait

Cette conception vide de sens se traduit par la présence d'écritures dans les productions d'élèves telles que :

$$\frac{1}{3} = 1,3 \text{ ou } \frac{5}{2} = 5,5 \text{ etc.}$$

#### 3. Comment éviter ces erreurs dans l'apprentissage des fractions ?

Le but ici est de donner quelques pistes de remédiation suite au repérage certains types d'erreurs dans des productions d'élèves.

- Il faut dépasser l'unité et donc travailler sur des fractions supérieures à 1. L'introduction par les mesures de longueur est un des moyens.
- Il est indispensable de faire placer des fractions sur une droite numérique pour étayer le statut de nombre de la fraction, cela permet de les comparer aux nombres entiers.

<sup>2</sup> Extrait de A nous les maths ! CM2, SEDRAP, 2001, page 24.