3^{eme} *Math* et Sc *Année scolaire:2013/2014*

Géométrie dans l'espace

Exercice 1(QCM)

Dans l'espace rapporté un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ ;\ \vec{k})$,
on donne le point S(1 ; -2 ; 0) et le plan $\mathscr{P}$ *d'équation* $x + y - 3z + 4 = 0$.

1) *Une représentation paramétrique de la droite D passant par le point S et perpendiculaire au plan* $\mathscr{P}$ *est :*

$$A : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t , t \in \mathbb{R} \\ z = -3 \end{cases} \quad B : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t , t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad C : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t , t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases} \quad D : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \ , t \in \mathbb{R} \\ z = -3 - 3t \end{cases}$$

2) *Les coordonnées du point d'intersection H de la droite D avec le plan* $\mathscr{P}$ *sont :*

$$A : (-4;0;0) \quad B : \left(\frac{6}{5};\frac{-9}{5};\frac{-3}{5}\right) \quad C : \left(\frac{7}{9};\frac{-2}{3};\frac{1}{3}\right) \quad D : \left(\frac{8}{11};\frac{-25}{11};\frac{9}{11}\right)$$

3) *La distance du point S au plan* $\mathscr{P}$ *est égale à (Indication : déterminer les coordonnés du le projeté orthogonal de S sur* $\mathscr{P}$*)*

$$A : \frac{\sqrt{11}}{3} \quad B : \frac{3}{\sqrt{11}} \quad C : \frac{9}{\sqrt{11}} \quad D : \frac{9}{11}$$

Exercice 2

Soit $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ *un repère orthonormé de l'espace. On considère les points A(2 ; 4 ; 1), B(0 ; 4 ; −3), C(3 ; 1 ; −3), D(1 ; 0 ; −2), E(3 ; 2 ; −1),* $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$.

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire, sans le justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse.

1)Une équation du plan (ABC) est : $2x + 2y - z - 11 = 0$.

2)Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).

3)Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

4)La droite (CD) est donnée par la représentation paramétrique suivante : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$.

5)Le point I est sur la droite (AB).

Exercice 3

$(O\,,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$ *un repère orthonormé de l'espace. Soient les points : A(2, −3,4) ; B(3,1, 2) et le vecteur* $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

1) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$

2) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par B et perpendiculaire à D.

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur P.

a) Déterminer les coordonnées de H.

b) Calculer la distance de A au plan P.

4) a) Quel est le projeté orthogonal de B sur D.

b) Calculer la distance de B à la droite D.

Exercice 4

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

Soient les plans $P: 2x - y + z + 1 = 0$ et $Q: y + z - 8 = 0$

1) Montrer que P et Q sont perpendiculaires.

2) Soit le point A $(-1, 5,3)$.

a) Vérifier que A est point de Q.

b) Déterminer la distance du point A au plan P.

Exercice 5

L'espace est rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère le plan P d'équation 2x + y - 2z + 4 = 0 et les points A (3 ; 2 ; 6), B (1 ; 2 ; 4) et

C (4 ; -2 ; 5).

***1. a.** Vérifier que les points A, B et C définissent un plan,*

***1. b.** Vérifier que ce plan est le plan P.*

***2. a.** Montrer que le triangle ABC est rectangle.*

***2. b.** Ecrire un système d'équation paramétriques de la droite Δ passant par O et perpendiculaire au plan P.*

***2. c.** Soit K le projeté orthogonal de O sur P.*

Déterminer les coordonnées du K puis calculer la distance OK.

***2. d.** Calculer le volume du tétraèdre OABC.*

Exercice 6

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$,
on donne les points A (2 ; 1 ; 3), B(-3;-l;7) et C(3;2;4).

***1.** Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.*

***2.** Soit (d) la droite de représentation paramétrique*

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \qquad\qquad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + t \end{cases}$$

***a)** Montrer que la droite (d) est orthogonale au plan (ABC).*

***b)** Donner une équation cartésienne du plan (ABC).*