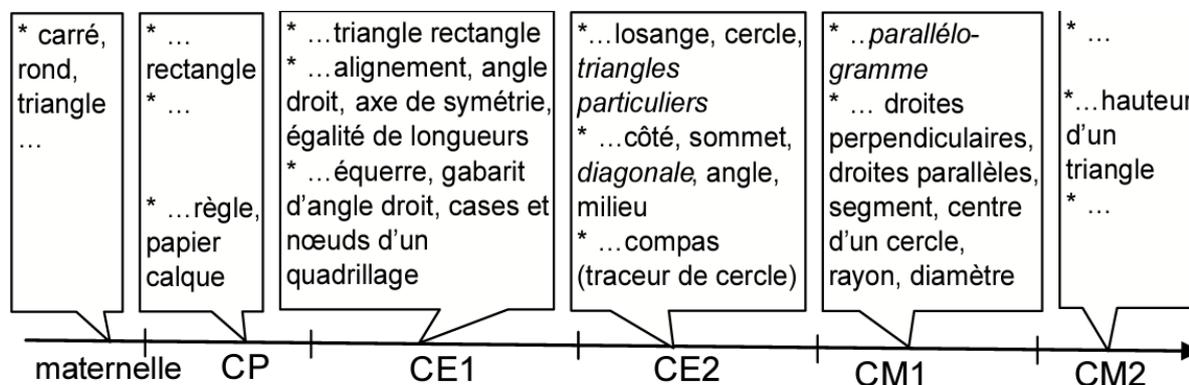


Géométrie plane à l'école

1. Progressivité des apprentissages



L'enseignement de la géométrie est spiralaire : un même objet est étudié tout au long de l'école avec des types de tâches différentes.

Une même relation à plusieurs significations, un même problème peut être résolu de différentes manières :

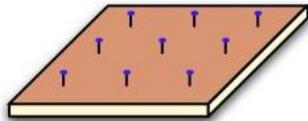
Avec la propriété « 2 droites parallèles sont 2 droites qui ont une perpendiculaire commune » pour vérifier l'élève va contrôler qu'une perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Par contre si le parallélisme a été abordé à partir des côtés opposés d'un parallélogramme l'élève va rechercher s'il est possible de construire des parallélogrammes dont les côtés sont portés par ces 2 droites.

2. Outils, matériels et vocabulaire.

a) Les outils et matériels.

- Des formes géométriques en plastiques et en carton.
- Le géoplan

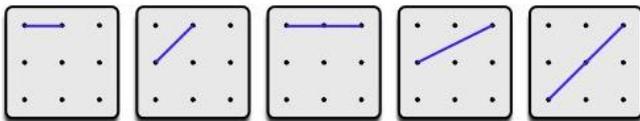


Un géoplan 3 x 3

Le géoplan (ou planche à clous) que je préfère est celui à 9 clous.
Il va permettre la découverte d'un monde de formes à l'école élémentaire.

Les élèves du cycle 3 pourront construire leur géoplan à partir d'une planchette de contreplaqué de dimensions (12 X 12 X 1) (cm). Avoir l'avoir poncé, ils chercheront à placer les clous (en laiton) au bon endroit.
Un gabarit est d'une bonne utilité.

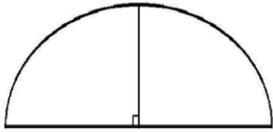
Après un moment de création libre, puis des reproductions de modèles réalisés avec 1 élastique on entreprendra l'étude du géoplan.



- Les gabarits
- Le papier blanc, quadrillé, pointé
- La règle graduée
- Le compas (en cycle 3)
- L'équerre et le gabarit d'angle droit
- La réquerre



- La téquerre matériel de la valiser Ermel



- Des gabarits d'angles de différentes ouvertures
- De la ficelle

b) Le vocabulaire

Maternelle

Carré, disque, cercle, triangle, rectangle.

Deux cycles 2 et 3.

Certains termes ne sont pas explicitement au programme mais on peut les rencontrer dans les activités et manuels :

- polygones, non polygones, cercle, disque, centre, rayon ;
- noms de polygones spécifiques : triangle, quadrilatère, pentagone, hexagone ; pour les autres, si besoin on les appellera des polygones à 7 côtés, 8 côtés, etc., tout en sachant répondre aux élèves curieux du vocabulaire ;
- vocabulaire des quadrilatères particuliers : parallélogramme (terme du programme non repris dans la programmation), losange, rectangle, carré ; le terme trapèze est dans le programme de collège, ce type de figure pourra être utilisé sans être nommé ;
- vocabulaire de l'alignement : les points sont alignés ; le point A est sur la droite passant par les points B et C. La notation de la droite (BC) peut être introduite en primaire lorsqu'on en a besoin, elle n'est exigible qu'en 6^e ;
- vocabulaire des angles : l'angle est droit ; angles obtus, aigus (domaine des grandeurs dans le programme) ;
- vocabulaire du parallélisme : les droites sont parallèles ; la droite d est parallèle à la droite f ; la droite d est la parallèle à la droite f qui passe par le point M ;
- vocabulaire de la perpendicularité : les droites sont perpendiculaires ; la droite d est perpendiculaire à la droite f ; la droite d est la perpendiculaire à la droite f qui passe par le point M ;
- vocabulaire associé à la symétrie : une figure a un axe de symétrie, deux figures sont symétriques par rapport à un axe ;
- vocabulaire associé aux systèmes de repères : ligne, colonne, rangée, nœud, case. Le codage d'une case ou d'un nœud doit être explicité, ainsi que le fait qu'il peut y avoir plusieurs codages.

3. Des concepts de géométrie à l'école.

a) Droites perpendiculaires.

La construction du concept d'angle droit commence dès la maternelle avec les activités sur les formes.

Le concept d'angle droit en classe de ce1 est une propriété géométrique relative à des formes.

En cm1 il prendra le statut de grandeur (angles obtus et aigus) = permet de donner du sens au concept de droites perpendiculaires.

Le passage du concept d'angle droit (objet unique) à celui des droites perpendiculaires (relation entre 2 objets) est un passage délicat.

= les élèves ne voient pas que 2 droites sécantes déterminent 4 angles.

1. Difficultés sur la perpendicularité

Des conceptions erronées :

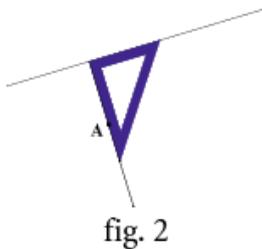
- Confusion entre perpendiculaire et verticale, entre parallèle et horizontale = l'élève confond les propriétés de droites « être horizontale » avec une relation entre 2 droites.
- Association du terme « perpendiculaire » à une configuration particulière de droite, à savoir une droite horizontale et une verticale, l'élève ne reconnaît la perpendicularité des droites seulement si elles sont dans une position prototypique.

- Confusion entre segments et droites.

Des difficultés de tracé de la perpendiculaire à une droite passant par un point nommé, elles sont liées :



- Positionnement de l'équerre.
- Au matériel équerre qui se centre sur l'angle droit entre 2 demi-droites et non sur les droites, les élèves arrêtent souvent le tracé de la droite perpendiculaire au point d'intersection avec la droite initiale.



- Erreur d'anticipation du tracé final.

2. Variables didactiques pour le type de tâches : reconnaître 2 droites perpendiculaires.

- Position du point de concours des 2 droites.
- L'inclinaison des 2 droites par rapport aux directions privilégiées qui sont l'horizontalité et la verticalité.
- Le type d'instruments utilisés.
- Le support sur lequel sont représentées les droites.

- Le nombre de segments ou de droites représentés sur la figure.

b) Droites parallèles.

Le parallélisme est implicitement rencontré à l'école maternelle avec les côtés opposés d'un rectangle. On retrouve explicitement cette référence prototypique au cm 1.

1. Techniques de tracé d'une parallèle à une droite donnée passant par un point donné P_0 à l'école primaire.

Technique 2

Construire une perpendiculaire à la droite initiale, puis la perpendiculaire à celle-ci passant par le point A ; elle est accessible une fois que les élèves savent tracer une perpendiculaire et qu'ils ont construit implicitement (grâce aux propriétés du rectangle) la propriété (*) : « si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles entre elles ».

Technique 3

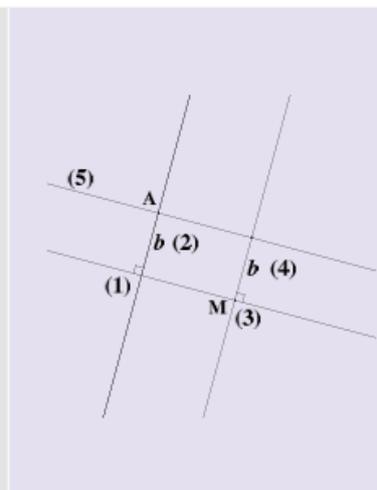
Technique de glissement de l'équerre ; suivant les positions respectives de la droite initiale et du point, cette technique peut être difficile à réaliser ; mais elle est accessible aux élèves puisque c'est la propriété (*) qui est là encore implicitement mise en œuvre.

Technique 4

Utiliser une réquerre ou une téquerre (descriptif ci-dessus).

Technique 5

- 1 Tracer la perpendiculaire à la droite passant par le point A ;
- 2 Mesurer (« sur » cette perpendiculaire) la distance b de A au point d'intersection de cette perpendiculaire avec la droite ;
- 3 Tracer la perpendiculaire en un point M de la droite initiale ;
- 4 Placer sur cette droite le point à une distance b de M, ce point étant du même côté de la droite initiale que le point A (mathématiquement : dans le même demi-plan délimité par la droite initiale) ;
- 5 Tracer la droite passant par A et ce point. La justification est basée sur le fait que l'ensemble des points, à égale distance d'une droite donnée et dans le même demi-plan délimité par cette droite, est une droite parallèle à la droite donnée (propriété non connue des élèves mais intuitivement forte).



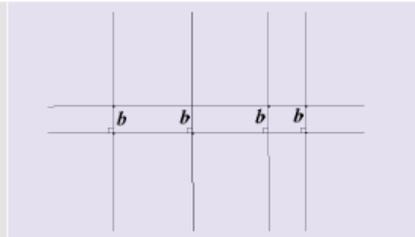
2. Techniques pour vérifier si des droites sont parallèles ou non.

Technique A

Prolonger « le plus possible » les deux droites et voir si elles se coupent ; cette technique ne pourra pas toujours être mise en œuvre et soulèvera des difficultés. Elle permet uniquement de vérifier que deux droites ne sont pas parallèles.

Technique B

Construire la parallèle à l'une des droites (avec l'une des techniques 2, 3 ou 4 ci-dessus) passant par un point de l'autre droite et voir si elle coïncide avec la deuxième droite.



Technique C

Tracer plusieurs perpendiculaires à l'une des droites en divers points de cette droite, sur chacune de ces perpendiculaires mesurer les distances entre les points d'intersection de cette perpendiculaire avec chacune des deux droites considérées. Si les distances sont les mêmes, les droites sont parallèles, sinon elles ne le sont pas. En fait, une droite étant définie par la donnée de deux points distincts, deux perpendiculaires suffisent.

Technique D

Trouver un parallélogramme (rectangle, carré ...) pour lequel les droites sont des supports de côtés opposés.

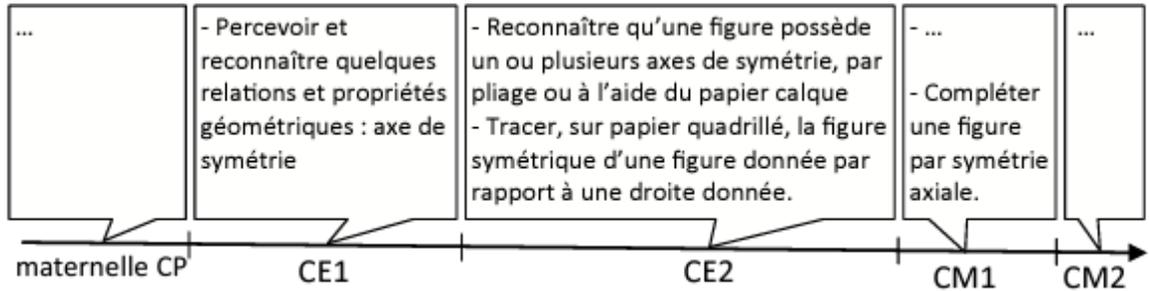
3. Des difficultés sur le parallélisme.

- Des conceptions erronées
 - ✓ Confusion entre parallèle et horizontale = confusion entre une propriété de droite et une relation entre 2 droites.
 - ✓ Association du terme parallèles à une configuration particulières de droites à savoir 2 droites verticales ou 2 droites horizontales = l'élève reconnaît seulement le parallélisme quand les 2 droites st en position prototypique.
- Des difficultés liées au fait que l'on travaille sur un dessin et non sur une figure idéale, l'élève peut émettre des doutes sur le fait

que les droites n'ont pas de point d'intersection en dehors de la feuille.

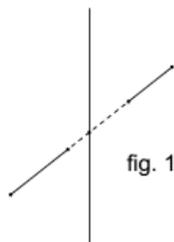
- Des difficultés de tracé de la parallèle à une droite passant par un point.

c) Symétrie axiale

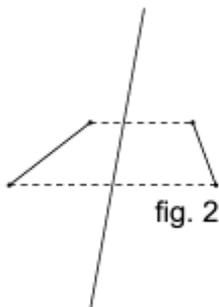


Erreurs dans le cas du tracé du symétrique d'un segment.

Tracé du segment symétrique en « prolongeant » la droite support du segment.



Tracé en utilisant des « lignes de rappel » horizontales ou verticales.



Les segments horizontaux deviennent verticaux et vice-versa.

Symétrique de la figure par rapport à un axe imaginaire vertical.
Variables didactiques.

Variables didactiques pour le type de tâches « construire la symétrique d'une figure par rapport à une droite donnée »

- Le support : papier calque, papier quadrillé...
- L'orientation de l'axe de symétrie dans la feuille.
- La place de la figure par rapport à l'axe de symétrie.
- La distance à l'axe de symétrie.
- La position de l'axe et de la figure par rapport aux bords de la feuille.
- La nature de la figure à compléter.
- La nature de la tâche à effectuer.
- Les outils mobilisables.

4. Des situations de références.

Il en existe diverses variantes, à la fois dans le domaine géométrique et numérique, c'est pour cela qu'on emploiera le terme générique « objet » (à remplacer par quadrilatère, solides, nombres entiers, nombres décimaux, etc.).

Variante 1 (appelée aussi jeu du « qui est-ce ? »)

Étape 1 : plusieurs élèves à tour de rôle décrivent un objet choisi dans un lot, les autres élèves doivent déterminer de quel objet il s'agit ; cela devrait permettre de faire percevoir la nécessité d'utiliser un vocabulaire précis qu'ils n'ont peut-être pas encore et de motiver les élèves à apprendre ce vocabulaire.

Étape 2 : le professeur décrit de façon univoque l'objet qu'il a choisi parmi ceux montrés, chaque élève doit déterminer de quel objet il s'agit.

Étape 3 : même mise en œuvre, mais à la description correspondent plusieurs objets.

Variante 2

Étape 1 : les élèves posent à tour de rôle devant tous les autres élèves des questions à l'enseignant qui a choisi un objet ; la réponse aux questions ne peut être que « oui » ou « non ». Chaque élève doit à la fin de l'activité avoir deviné l'objet choisi.

Étape 2 : les élèves posent des questions (en binôme) par écrit à l'enseignant qui répond par écrit.

Variante 3

Même procédé de questions-réponses mais entre deux binômes associés qui se posent en même temps les uns aux autres les questions, les questions étant notées au fur et à mesure sur une « feuille de jeu » (fin cycle 2 et cycle 3, à l'oral en début de cycle 2).

Variante 4

Les élèves décrivent par des phrases (écrit ou oral suivant le niveau, avec des contraintes de vocabulaire ou non, par exemple interdiction d'utiliser le mot carré), ou par un dessin en géométrie, l'objet choisi dans un lot ; le binôme associé doit deviner l'objet choisi, soit avec le lot des possibles, soit en le construisant à partir de la description.