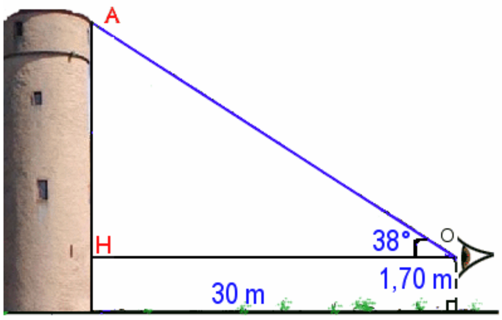


TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

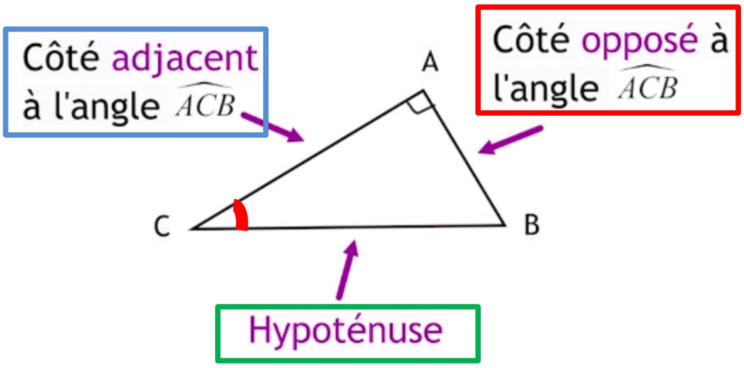
Signification

« *trigon* » = trois angles (triangle) et « *metron* » = mesure.
On parle donc de « la science de la mesure d'un triangle ».

Vocabulaire

L'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit.
Le **côté opposé** est opposé à l'angle considéré.
Le dernier côté est le **côté adjacent**.

<u>Si l'on considère l'angle $\widehat{ACB}$:</u>



Les formules

Sinus d'un angle = $\dfrac{\text{côté Opposé}}{\text{Hypothénuse}}$ **SOH**

Cosinus d'un angle = $\dfrac{\text{côté Adjacent}}{\text{Hypothénuse}}$ **CAH**

Tangente d'un angle = $\dfrac{\text{côté Opposé}}{\text{côté Adjacent}}$ **TOA**

Exemple avec le triangle ci-dessus, on considère l'angle $\widehat{ACB}$:

Sin $\widehat{ACB}$ = $\dfrac{AB}{BC}$

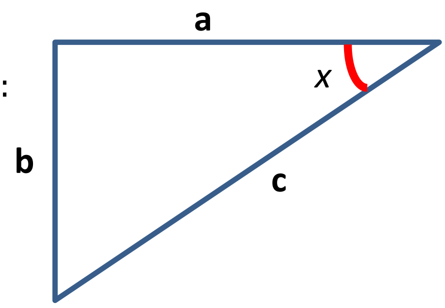
Cos $\widehat{ACB}$ = $\dfrac{AC}{BC}$

Tan $\widehat{ACB}$ = $\dfrac{AB}{AC}$

Le Sinus et le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

Les relations trigonométriques

Exemple avec ce triangle :



Propriété 1

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

La somme des carrés des sinus et cosinus d'un angle est toujours égale à 1.

Démonstration

On sait que **Cos x =** $\frac{a}{c}$ **Sin x =** $\frac{b}{c}$

Donc d'après la propriété $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2}$$

Donc d'après la formule, $\frac{a^2+b^2}{c^2}$ **devrait être égal à 1** et donc **$a^2 + b^2$ doit être égal à c^2**

En effet, **d'après le théorème de Pythagore $a^2 + b^2 = c^2$**

Propriété 2

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Démonstration

On sait que **Tan x =** $\frac{b}{a}$

Donc d'après la propriété $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$\text{Tan } x = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{b}{c} \times \frac{c}{a} = \frac{b \times c}{c \times a} = \frac{b}{a}$$

Calculer le cosinus d'un angle dont on connaît la mesure

touche cos + **valeur de la mesure**

Exemple pour calculer le cosinus d'un angle de **60°**

1/ Taper **(cos)** + **60°**

2/ La calculatrice donne le résultat 0,5

3/ Le cosinus = 0,5

Calculer la mesure d'un angle dont on connaît le cosinus

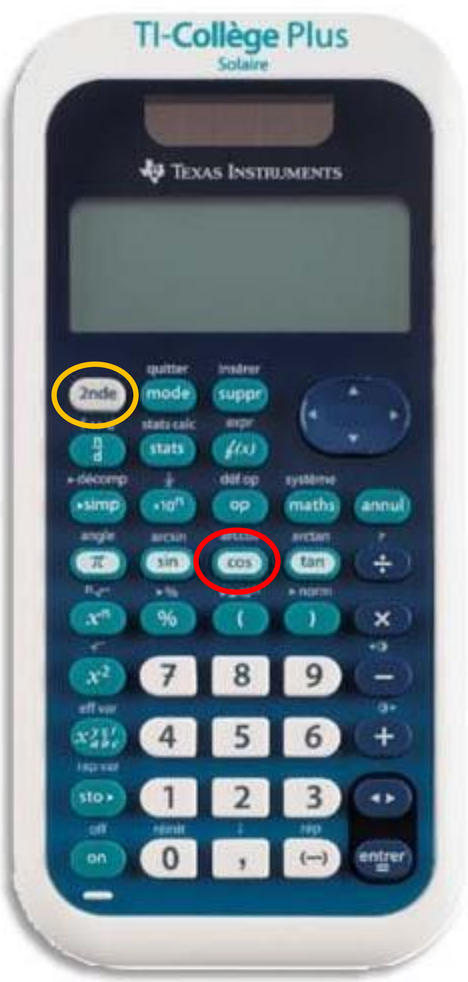
touche 2nde + **cos** *(la calculatrice affiche arrcos)* + **valeur du cosinus**

Exemple pour calculer la mesure d'un angle dont le cosinus est égal à **0,5**

1/ Taper **(2nde)** + **(cos)** + 0,5

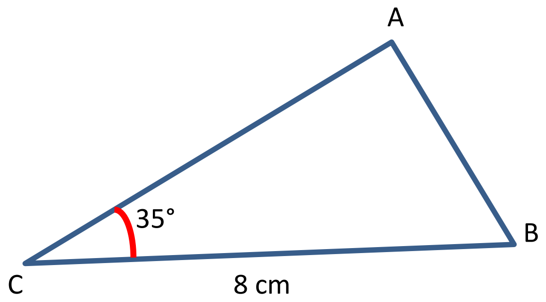
2/ La calculatrice donne le résultat 60

3/ La mesure de l'angle est de 60°



Calcul d'une longueur

Il faut au moins connaitre la mesure d'un angle et la longueur de l'un des côtés.



Exemple = Calculer AB

1/ Choisir la formule à utiliser en fonction du côté connu et du côté dont on cherche la longueur.
On doit trouver AB, on connait BC et l'angle $\widehat{ACB}$ = 35°
On doit utiliser la formule avec sinus de l'angle 35°

2/ Appliquer la formule

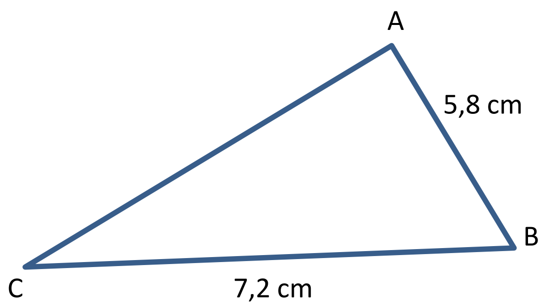
sin $(\widehat{ACB}) = \dfrac{opposé}{hypoténuse} = \dfrac{AB}{BC}$

Donc sin (35°) = $\dfrac{AB}{8}$

3/ Donc AB = 8 X sin (35°) ≃ 8 X 0,57 ≃ 4,6 cm

Calcul d'une mesure d'angle

Il faut au moins connaitre les longueurs de deux de ses côtés.



Exemple = Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$

1/ Choisir la formule à utiliser en fonction de l'angle cherché et des côtés dont on connait les longueurs.

On doit trouver $\widehat{ABC}$, on connait AB=5,8 et BC=7,2
On doit utiliser la formule avec cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$

2/ Appliquer la formule

cos $(\widehat{ABC}) = \dfrac{adjacent}{hypoténuse} = \dfrac{AB}{BC}$

Donc cos $(\widehat{ABC}) = \dfrac{5,8}{7,2}$

3/ A l'aide de la calculatrice
On trouve cos $(\widehat{ABC})$ ≃ 0,80 soit $\widehat{ABC}$ ≃ 36°