

ADDITIONS ET SOUSTRATIONS

Loi de composition interne : toute règle instituée qui à deux éléments d'un ensemble en associe un troisième

Addition : loi de composition interne dans l'ensemble \mathbb{N} . A tout couple (a, b) , elle associe le nombre entier naturel $c = a + b$. L'entier naturel c est appelé **somme**, a et b étant les **termes** de cette somme

Commutativité : une loi de composition interne est commutative si les images des couples (a, b) et (b, a) sont égales

L'addition dans \mathbb{N} est commutative : $a + b = b + a$

Associativité : dire qu'une addition est associative signifie que l'on peut changer l'ordre des additions

L'addition dans \mathbb{N} est associative : $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$

Parenthèses : symboles de priorité de calcul

Élément neutre : élément dont l'action est neutre dans le processus d'une opération

L'addition possède un élément neutre : 0. Pour tout entier a , $a + 0 = 0 + a = a$

Partition d'ensembles : partage d'un ensemble en sous-ensembles disjoints

Décompositions additives : écritures additives issues du partage d'un ensemble ($5 = 4 + 1$)

Entiers relatifs : ensemble formé de tous les entiers naturels et leurs opposés, on le note \mathbb{Z} , on dit que \mathbb{N} est inclus dans \mathbb{Z} , ce qui se note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Tout entier naturel n admet un opposé noté $-n$ tel que $n + (-n) = 0$

Soustraction : loi de composition interne dans \mathbb{Z} qui possède peu de propriétés. Dans \mathbb{N} , $a - b = c$ n'a de sens que si $b \leq a$, et si et seulement si $a = b + c$. L'entier naturel c est appelé **différence**, a et b étant les **termes** de cette différence.

La soustraction n'est ni commutative ni associative

Elle ne possède pas d'élément neutre ($7 - 0 = 7 \neq 0 - 7 = -7$)

Mémoire : ensemble des faits numériques que l'on connaît déjà, que l'on a mémorisé

Tables d'additions : mémorisation de tous les résultats des additions de deux nombres à un chiffre

Progression arithmétique : suite de nombre dont les éléments se déduisent du précédent par addition d'un même nombre constant (positif ou négatif) appelé raison de la suite

Suite croissante : suite dont la raison est positive

Suite décroissante : suite dont la raison est négative

Somme des termes d'une suite : $S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$

Méthodes

Calculer la somme des termes d'une suite en progression arithmétique en refaisant le raisonnement permettant de trouver la formule générale de cette somme :

1. Vérifier qu'il s'agit bien d'une suite de nombres en progression arithmétique
2. Dénombrer le nombre n de termes composant la suite
3. Ecrire la somme des termes de la suite dans l'ordre croissant puis décroissant et additionner les termes deux à deux
4. Constaté que les n termes de cette somme sont tous égaux à $u_1 + u_n$
5. En conclure que $2S = n(u_1 + u_n)$, c'est-à-dire $S = \frac{n \times (u_1 + u_n)}{2}$

Déterminer deux nombres, connaissant leur somme et leur différence :

1. Identifier dans l'énoncé la somme et la différence et les traduire par deux équations :
(1) $a + b = S$ et (2) $a - b = D$
2. Déterminer a en additionner les équations (1) et (2)
(1) + (2) donne $2a = S + D$, soit $a = \frac{(S + D)}{2}$
3. En déduire b en utilisant la première équation : $b = S - a$

Déterminer trois nombres entiers en progression arithmétique en connaissant leur somme :

1. En appelant n le deuxième nombre cherché, écrire les trois nombres sous la forme : $(n - r)$, n et $(n + r)$
2. Ecrire la somme des trois nombres : $(n - r) + n + (n + r) = 3n$
3. En déduire que $3n = S$ et donc que $n = \frac{S}{3}$; n étant un nombre entier, il n'y a de solution que si S est bien divisible par 3
4. Les trois nombres cherchés sont $(\frac{S}{3} - r)$, $(\frac{S}{3})$ et $(\frac{S}{3} + r)$

Déterminer toutes les décompositions additives d'un nombre N en utilisant les nombres x , y et z avec $x > y > z$:

1. Ecrire l'équation traduisant les décompositions additives cherchées :
 $N = ax + by + cz$ (1) avec a, b, c entiers naturels
2. Attribuer la plus grande valeur possible à a , calculer ce qu'il manque à ax pour arriver à N et en déduire la plus grande valeur possible de b . Ecrire l'équation (1) avec les valeurs trouvées pour a et b . Résoudre cette équation.
 - Si la solution trouvée pour c est un nombre entier, la combinaison (a,b,c) correspond à une décomposition additive de N
 - Si ce n'est pas un nombre entier elle ne doit pas être retenue
3. Refaire le raisonnement en diminuant de 1 la valeur de b jusqu'à ce que $b = 0$. Quand $b = 0$, diminuer a de 1 et refaire le raisonnement avec la plus grande valeur possible de b , etc...
4. Quand $a = 0$ et $b = 0$, résoudre une dernière fois l'équation (1)
5. Conclure en récapitulant toutes les décompositions additives de N