

Chapitre 1 : numération et arithmétique

1. NZDQR

N -> **nombre**s entiers naturels -> 0 ; 1 ; 2 ; ...

Z -> **nombre**s entiers relatifs -> ... ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ...

D -> **nombre**s décimaux -> 0,1 ; 3,7 ; ... (fractions avec puissances de 10 au dénominateur)

Q -> **nombre**s rationnels -> -1/7 ; 1,333333 ; ...

R -> **nombre**s réels -> π ; $\sqrt{2}$; ...

2. Les bases

PASSER D'UNE BASE 10 A UNE BASE B

-> **Divisions euclidiennes successives jusqu'à obtention d'un produit nul.**

Exemple : passer 357 (base 10) en base 6

$$357 = 6 * 59 + 3 \rightarrow 59 = 6 * 9 + 5 \rightarrow 9 = 6 * 1 + 3 \rightarrow 1 = 6 * 0 + 1$$

On prend les restes dans le sens inverse pour obtenir le résultat. Donc **357 (base 10) = 1353 (base 6)**.

PASSER D'UNE BASE B A UNE BASE 10

-> **Tableau de numération.**

Exemple : passer 13512 (base 6) en base 10

6 puiss 4	6 puiss 3	6 puiss 2	6 puiss 1	6 puiss 0
1	3	5	1	2

$$(1 * 6 \text{ puissance } 4) + (3 * 6 \text{ puissance } 3) + (5 * 6 \text{ puissance } 2) + (1 * 6 \text{ puissance } 1) + (2 * 6 \text{ puissance } 0) \\ = 2132$$

Donc **13512 (base 6) = 2132 (base 10)**.

3. Arithmétique

Propriétés de base

$$a - b = (a+c) - (b+c)$$

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$k(a-b) = ka - kb$$

Diviseurs et multiples

- Tout entier est multiple de 1 et de lui-même
- 0 est le multiple de tout entier
- Si a et b sont multiples de c, alors a+b est multiple de c
- Si a est multiple de b et b est multiple de c, alors a est multiple de c

Nombres premiers

- Un nombre premier a seulement 2 diviseurs (1 et lui-même)
- 0 et 1 ne sont pas des nombres premiers
- Si un entier est diviseur de 2 autres entiers, alors il est le diviseur de leur différence

4. PGCD : 4 méthodes

Tout au long de cette partie, les exemples seront basés sur les nombres 75 et 60.

Méthode n°1 : la liste des diviseurs

75	1
25	3
15	5

60	1
30	2
20	3
15	4

➔ $\text{PGCD}(75;60) = 15$

Méthode n°2 : les soustractions successives

A	B	A-B
75	60	15
60	15	45
45	15	30
30	15	15
15	15	0

➔ PGCD (75 ;60) = 15

Méthode n°3 : les divisions successives

Dans le tableau, on affiche les restes de la division.

A	B	R
75	60	15
60	15	0
15	0	0

➔ PGCD (75 ;60) = 15

Méthode n°4 : la décomposition en produits de facteurs premiers

75	3
25	5
5	5
1	1

$$75 = 1 * 5 * 5 * 3 = 1 * 3 * 5^2 = 3 * 5^2$$

60	2
30	2
15	3
5	5
1	1

$$60 = 1 * 5 * 3 * 2 * 2 = 1 * 5 * 3 * 2^2 = 2^2 * 3 * 5$$

On garde seulement les facteurs communs -> $3 * 5 = \mathbf{15}$.

➔ PGCD (75 ;60) = 15

5. PPCM : 2 méthodes

Méthode n°1 : les multiplications successives

60	1
120	2
180	3
240	4
300	5

75	1
150	2
225	3
300	4

➔ PPCM (75 ;60) = 300

Méthode n°2 : la décomposition en produits de facteurs premiers

$$75 = 3 * 5^2$$

$$60 = 2^2 * 3 * 5$$

On garde tous les facteurs, pas seulement les facteurs communs. On prend en compte le plus grand exposant.

$$3 * 5^2 * 2^2 = 3 * 25 * 4 = \mathbf{300}$$

➔ PPCM (75 ;60) = 300

Chapitre 2 : Le calcul algébrique

1. Les bases du calcul algébrique

Nombres inverses

Deux nombres sont dits "inverses" lorsque leur produit est égal à 1.

L'inverse d'un nombre est le quotient de 1 par ce nombre.

Exemple : 5 et 0,2 sont inverses, $1/5 = 0,2$

Diviser deux nombres, c'est multiplier l'un par l'inverse de l'autre.

*Exemple : $-4/-5 = (-4) * (1/-5)$*

Signe du produit de plusieurs nombres ?

Le signe du produit dépend du nombre de facteurs négatifs présents dans le calcul.

- Nombre pair de nombres négatifs : le résultat du produit sera positif
- Nombre impair de nombres négatifs : le résultat du produit sera négatif

2. Les fractions

Fraction irréductible

Une fraction est irréductible si le PGCD de son numérateur et de son dénominateur est égal à 1.

Inverse d'une fraction

Pour obtenir l'inverse d'une fraction, il suffit de permuter le numérateur et le dénominateur.

Fraction décimale

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10.

Propriétés pour calculer avec des fractions

$$a/d + b/d = (a+b)/d$$

$$a/c * b/d = ab/cd$$

$$a/d - b/d = (a-b)/d$$

$$(a/c) / (b/d) = (a/c) * (d/b)$$

3. Les puissances

Propriétés de base des puissances

a puissance 1 = a

a puissance 0 = 1

a puissance -n = $1/(a \text{ puissance } n)$

(a puissance m) * (a puissance p) = a puissance m+p

(ab) puissance m = (a puissance m) * (b puissance m)

(a/b) puissance m = (a puissance m) / (b puissance m)

Multiplier par 10 puissance n, c'est décaler la virgule de **n** rangs à droite.

Multiplier par 10 puissance -n, c'est décaler la virgule de **n** rangs à gauche.

Ecriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre, c'est son écriture sous forme de produit décimal d'un nombre (compris entre 0 et 9) et d'une puissance de 10.

Exemple : $4 \cdot 10^2$

4. Les racines carrées

Propriétés de base des racines carrées

$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$

$\sqrt{a^2} = a \text{ ou } -a$

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} * \sqrt{b}$

$\sqrt{a/b} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$

La racine carrée d'un nombre est égale à la puissance 1/2 de ce nombre.

Chapitre 3 : Le calcul littéral

1. Développer et factoriser

Développer, c'est transformer en produit.

Factoriser, c'est transformer en produit de facteurs.

La règle de distributivité

$$k(a+b) = ka + kb$$

Transformer $k(a+b)$ en $ka+kb$, c'est **développer**.

Transformer $ka+kb$ en $k(a+b)$, c'est **factoriser**.

La double distributivité

$$(a+b) * (c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Transformer $(a+b)*(c+d)$ en $ac + ad + bc + bd$, c'est **développer**.

Transformer $ac + ad + bc + bd$ en $(a+b)*(c+d)$, c'est **factoriser**.

Les identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2(ab) + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2(ab) + b^2$$

$$(a-b) * (a+b) = a^2 - b^2$$

2. Les équations et inéquations

Equation du 1^{er} degré

$$ax=b$$

Equation produit

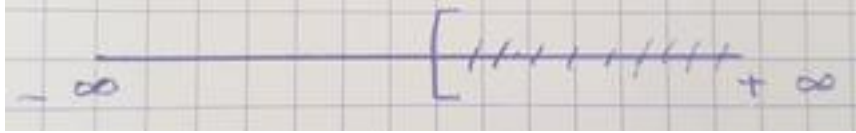
Si $ab=0$ alors $a=0$ ou $b=0$

$$(ax+b) * (cx+d) = 0$$

Inéquation du 1^{er} degré

$$ax < b$$

Représentation graphique de l'ensemble solution sur une droite numérique.



Système de 2 équations du 1^{er} degré à 2 inconnues

$$\begin{cases} ax+by = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a'x+b'y = c' \end{cases}$$

- Méthode par substitution

Choisir une des deux équations. Exprimer x en fonction de y , ou y en fonction de x . Puis remplacer x (ou y) par cette nouvelle expression dans l'autre équation.

- Méthode par combinaison linéaire

Obtenir le même coefficient numérique pour l'une des deux inconnues dans les deux équations.

- Méthode par interprétation graphique

Lire les coordonnées du point d'intersection des droites représentant chacune les équations.

3. La proportionnalité

Propriété additive de linéarité

L'image d'une somme est égale à la somme des images.

suite 1	x_1	x_2	x_1+x_2
suite 2	y_1	y_2	y_1+y_2

Dans le tableau, on multiplie par **a** pour passer de la suite 1 à la suite 2.

Ainsi, si **$y_1 = a \cdot x_1$** et si **$y_2 = a \cdot x_2$** alors **$y_1+y_2 = a \cdot (x_1+x_2)$**

Propriété multiplicative de linéarité

L'image du produit d'un nombre est égale au produit de l'image de ce nombre.

suite 1	x	kx
suite 2	y	ky

Dans le tableau, on multiplie par a pour passer de la suite 1 à la suite 2.

Ainsi, si $x' = kx$ alors $y' = ky$

Propriété des rapports égaux

Si 2 suites (x1, x2, x3) et (y1, y2, y3) sont proportionnelles, alors :

- $y1/x1 = y2/x2 = y3/x3 = a$
- $x2 * y1 = x1 * y2$

4. Les pourcentages

Prendre a% de x

C'est multiplier x par a/100.

$$y = x * (a/100)$$

Diminuer x de a%

C'est multiplier x par (1 - a/100).

$$y = x * (1 - a/100)$$

Augmenter x de a%

C'est multiplier x par (1 + a/100)

$$y = x * (1 + a/100)$$

5. Les grandeurs composées

Débit (l/h) = volume/durée

Masse volumique (kg/m3) = masse/volume

Densité = masse/masse

Energie = puissance*temps

Vitesse = distance / temps

Chapitre 4 : Les fonctions linéaire et affine

1. Les bases des fonctions

Image et antécédent

$x \rightarrow$ fonction $\rightarrow y$

y est l'image de x

x est l'antécédent de y

L'image de x par f est $f(x)$.

$$f : x \rightarrow f(x)$$

Tableau de valeurs

x	x_1	x_2	...
y	$y_1 = f(x_1)$	$y_2 = f(x_2)$	...

2. Fonction linéaire

$$f(x) = ax$$

Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

- $f(0) = a \cdot 0 = 0$
- $f(1) = a \cdot 1 = a$
- $f(x) = f(1) \cdot x = ax$

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

$$f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$$

$$a = f(x)/x$$

3. Fonction affine

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = b$$

Représentation graphique

$$y = f(x) = ax + b$$

a est le coefficient directeur de la droite.

Déterminer une fonction affine

1. Proportionnalité des accroissements

$$\text{ex : } f(2) = 5 \text{ et } f(3) = 8$$

$$a = (8 - 5) / (3 - 2)$$

$$a = 3$$

$$f(x) = 3x + b$$

$$3 * 2 + b = 5$$

$$b = 1$$

$$f(x) = 3x - 1$$

2. Système de 2 équations à 2 inconnues

$$\text{ex : } f(2) = 5 \text{ et } f(3) = 8$$

$$\{ 2a + b = 5$$

$$\{ 3a + b = 8$$

$$3a - 2a = 8 - 5 = 3$$

$$a = 3$$

$$2 * 3 + b = 5$$

$$b = 1$$

$$f(x) = 3x - 1$$

3. Lecture graphique

- Résolution graphique d'un système de 2 équations à 2 inconnues

$$\{ 2x + 3y = 6$$

$$\{ -2x + 5y = 2$$

$$E1 \rightarrow y = f(x) = -2/3 x + 2$$

$$E2 \rightarrow y = g(x) = 2/5 x + 2/5$$

$$x = 3/2$$

$$y = 1$$

$$S = \{ (3/2 ; 1) \}$$

- Cas particuliers

2 fonctions affines avec le même coefficient auront leurs droites parallèles.

Si $f(x) = 0 \cdot x + b$ alors $f(x) = b$, c'est une **fonction constante** et sa représentation est une droite parallèle à l'axe des abscisses