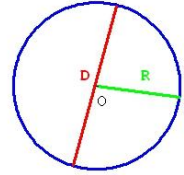


Connaissances et compétences : Formule de la longueur d'un cercle.



Socle commun : Palier 2 Compétence 3

L'élève est capable de :

- utiliser une calculatrice
- reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels ;
- utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec soin et précision ;
- utiliser les unités de mesure usuelles ; utiliser des instruments de mesure ; effectuer des conversions ;
- résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas.

N° de séance	Type de séance	Objectif
1	Découverte	Découvrir la formule de la longueur du cercle. (proportionnalité)
2	Entraînement	Appliquer la formule de la longueur du cercle.
3	Entraînement	Résoudre des problèmes.
4	Évaluation	

Mise en situation :

Les élèves ont à leur disposition :

- ✓ une feuille blanche A4,
- ✓ 7 bandes de papier de longueur 29,7 et de largeur 2 cm
- ✓ un trombone.

- ✓ Sur une feuille de papier blanc A4, demander aux élèves de **tracer les cercles** de diamètre : 2 cm, 3cm, 4cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm et 8 cm.
- ✓ A l'aide des bandes de papier, les élèves tentent de **mesurer la longueur des cercles** (maintenir les bandes à l'aide d'un trombone) : faire le tour de la figure avec la bande de papier, placer le trombone, faire une marque repère, dérouler la bande et mesurer.
- ✓ Les élèves **complètent ensuite le tableau** suivant (il y aura une certaine marge d'erreur) :

Diamètre du cercle	Périmètre mesuré en cm
1	3,14
2	6,28
3	9,42
4	12,56
5	15,7
6	18,84
7	21,98
8	25,12

Questionnement :

- ✓ Poser les questions : quelle est la **différence** entre le périmètre du cercle de diamètre 8cm et celui du diamètre 7cm ? Même question avec les deux cercles de diamètre 7cm et 6cm; 6cm et 5cm; 5cm et 4cm; 3cm et 2cm.
- ✓ Peut-on prévoir approximativement le périmètre d'un cercle de 1cm de diamètre, c'est à dire la **valeur de l'unité** ?
- ✓ Tracer un cercle de 1cm, mesure le périmètre et complète la première ligne du tableau. Cette longueur est-elle proche de celle que tu avais prévue ?
- ✓ Normalement, l'élève découvre le fameux **3,14** !

Conclusion : Le périmètre du cercle est **proportionnel** à la longueur de son diamètre. La formule usuelle du périmètre du cercle est donc **$D \times 3,14$ ou $(2 \times r) \times 3,14$** . Faire vérifier la formule aux élèves avec les diamètres des cercles tracés précédemment.

Application :

- ✓ Calcule le périmètre des cercles de diamètre : 3,5 cm, 5,7 cm, 8,2 cm, 12 cm.
- ✓ Calcule le périmètre des cercles de rayon : 2,3 cm, 6,6 cm, 4,9 cm.

1) Complète le tableau :

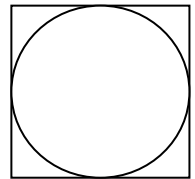
Diamètre en cm du cercle	18	29	34
Calcul	x	x	x
Longueur en cm du cercle	=	=	=

2) Trace les cercles suivants et calcule leurs longueurs.

- ✓ Cercle A de **rayon** 3 cm.
- ✓ Cercle B de **diamètre** 4 cm.
- ✓ Cercle C de **rayon** 2,5 cm.

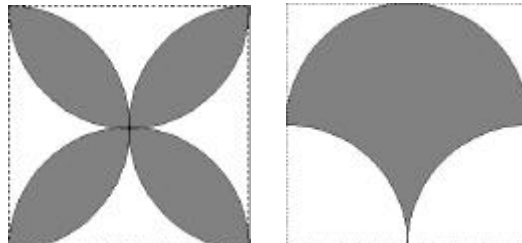
3) Le périmètre du carré ci-contre est égal en réalité à 32 cm.

- ✓ Calculer la longueur d'un côté du carré.
- ✓ Calculer le périmètre du cercle inscrit dans ce carré.

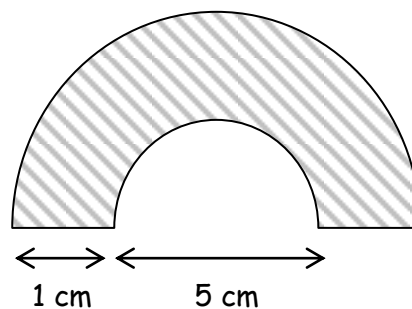
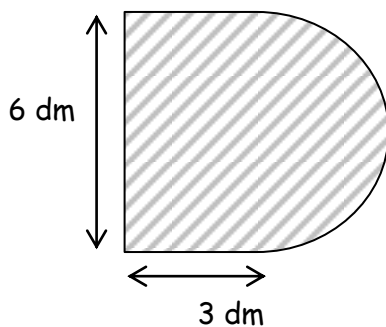


4) Pour chacune des figures :

1. Construire un carré de 6 cm de côté.
2. Reproduire la figure à l'intérieur.
3. Calculer son périmètre.



5) Calcule le périmètre des figures ci-dessous.



Problème 1 :

Des bonbons au miel sont vendus dans des boîtes circulaires de 6,2 cm de diamètre. Elles sont fermées par un ruban adhésif qui fait exactement le tour de la boîte. Quelle longueur de ruban (en cm) est nécessaire pour fermer une boîte ?

Tu donneras la valeur exacte du résultat ainsi que son arrondi au dixième.

Problème 2 :

La ville a choisi de réaliser un joli parc pour les enfants. À l'entrée, il y aura une fontaine de 7,5 mètres de rayon.

Quelle distance parcourra un enfant qui en fera le tour ?

Tu donneras la valeur exacte en m du résultat ainsi que son arrondi au dixième.

Problème 3 :

Une piste circulaire a pour périmètre 130 m. Calcule l'arrondi au dixième de son diamètre en m.

Problème 4 :

Le périmètre d'un dessous-de-plat circulaire est égal à 53 cm. Calcule l'arrondi au dixième de son rayon en cm.

Problème 5

Calculer le diamètre d'un cercle dont le périmètre est égal à 157 mm puis le construire.

Problème 6

Un carré et un cercle ont même périmètre. Le carré a un côté de longueur 235,5 cm. Calculer le rayon du cercle.

Problème 7

J'ai une table ronde de diamètre 1,20 m. Quel est son périmètre ?

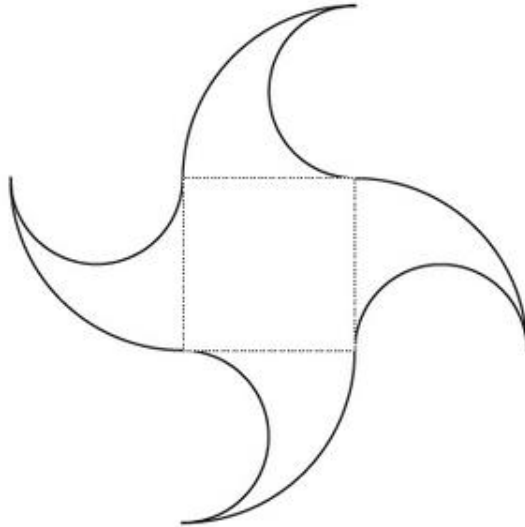
Problème 8

Le périmètre d'un cercle vaut 15 dm. Quel est le rayon de ce cercle ? Indique le détail de tes calculs.

Problème 9

Un pâtissier entoure chaque gâteau d'un ruban décoratif. Les moules utilisés pour la fabrication des gâteaux mesurent 22 cm de diamètre. Sachant que le pâtissier utilise pour chaque gâteau une longueur de ruban égale à deux fois le périmètre du moule et qu'il fabrique 30 gâteaux, calcule la longueur TOTALE de ruban dont il aura besoin.

- a) Reproduire la figure suivante en vraie grandeur : (Cette figure est composée de demi-cercles et de quarts de cercle ; le carré en pointillé mesure 6 cm de côté.)
- b) Calculer son périmètre (le périmètre d'un cercle se calcule avec la formule suivante : $p = 2 \times \pi \times r$ (r=rayon du cercle.)



Problème 1 : Calculer la valeur exacte puis l'arrondi au dixième du périmètre d'un cercle de rayon 2 cm.

Problème 2 : Calculer la valeur exacte puis l'arrondi au dixième du périmètre d'un cercle de diamètre 3 cm.

Problème 3 : Mon vélo a des roues de 700. Cela veut dire que leur diamètre est de 700 mm. De combien avance mon vélo lorsque la roue fait un tour ?

Problème 4 : Dans son jardin, Claire souhaite créer un parterre de fleurs circulaire. Elle dispose, sur le pourtour, 50 narcisses espacés de 20 cm. Calculez le périmètre du parterre, puis son rayon.

4) Complète le tableau :

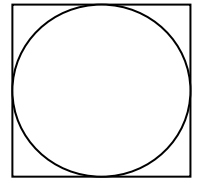
Diamètre en cm du cercle	18	29	34
Calcul	$18 \times 3,14$	$29 \times 3,14$	$34 \times 3,14$
Longueur en cm du cercle	$= 56,52$	$= 91,06$	$= 106,76$

5) Trace les cercles suivants et calcule leurs longueurs.

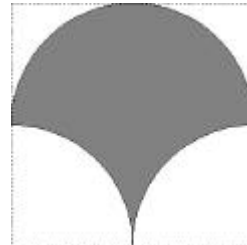
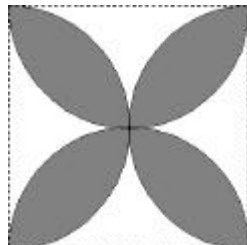
- ✓ Cercle A de **rayon** 3 cm. $\rightarrow 2 \times r \times 3,14 = 2 \times 3 \times 3,14 = 18,84 \text{ cm}$
- ✓ Cercle B de **diamètre** 4 cm. $\rightarrow D \times 3,14 = 12,56 \text{ cm}$
- ✓ Cercle C de **rayon** 2,5 cm. $\rightarrow 2 \times 2,5 \times 3,14 = 15,7 \text{ cm}$

6) Le périmètre du carré ci-contre est égal en réalité à 32 cm.

- ✓ Calculer la longueur d'un côté du carré. $\rightarrow 32 : 4 = 8 \text{ cm}$
- ✓ Calculer le périmètre du cercle inscrit dans ce carré. $\rightarrow D \times 3,14 = 4 \times 3,14 = 12,56$

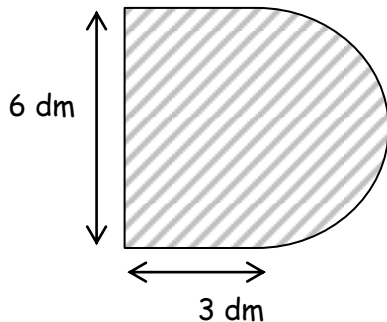
4) Pour chacune des figures :

1. Construire un carré de 6 cm de côté.
2. Reproduire la figure à l'intérieur.
3. Calculer son périmètre.

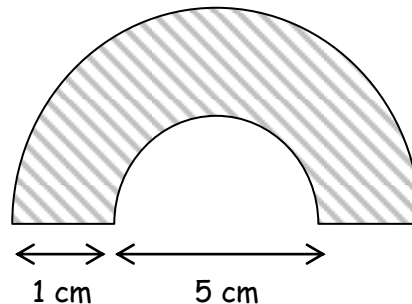


$$= 18,84 \text{ cm}$$

$$6 \times 3,14 \times 2 = 37,68 \text{ cm}$$

6) Calcule le périmètre des figures ci-dessous.

$$= 21,42 \text{ dm}$$



$$= 19,27 \text{ cm}$$

Problème 1 :

Des bonbons au miel sont vendus dans des boîtes circulaires de 6,2 cm de diamètre. Elles sont fermées par un ruban adhésif qui fait exactement le tour de la boîte. Quelle longueur de ruban (en cm) est nécessaire pour fermer une boîte ?

Tu donneras la valeur exacte du résultat ainsi que son arrondi au dixième.

$$6,2 \times 3,14 = 19,468 \text{ cm}$$

Problème 2 :

La ville a choisi de réaliser un joli parc pour les enfants. À l'entrée, il y aura une fontaine de 7,5 mètres de rayon.

Quelle distance parcourra un enfant qui en fera le tour ?

Tu donneras la valeur exacte en m du résultat ainsi que son arrondi au dixième.

$$7,5 \times 2 \times 3,14 = 47,1 \text{ cm}$$

Problème 3 :

Une piste circulaire a pour périmètre 130 m. Calcule l'arrondi au dixième de son diamètre en m.

$$130 : 3,14 = 41,4 \text{ m}$$

Problème 4 :

Le périmètre d'un dessous-de-plat circulaire est égal à 53 cm. Calcule l'arrondi au dixième de son rayon en cm.

$$(53 : 3,14) : 2 = 8,4 \text{ cm}$$

Problème 5

Calculer le diamètre d'un cercle dont le périmètre est égal à 157 mm puis le construire.

$$157 : 3,14 = 50 \text{ mm}$$

Problème 6

Un carré et un cercle ont même périmètre. Le carré a un côté de longueur 235,5 cm. Calculer le rayon du cercle.

$$P_{\text{carré}} = 235,5 \times 4 = 942 \quad (942 : 3,14) : 2 = 150 \text{ cm}$$

Problème 7

J'ai une table ronde de diamètre 1,20 m. Quel est son périmètre ? $1,20 \times 3,14 = 3,768 \text{ m}$

Problème 8

Le périmètre d'un cercle vaut 15 dm. Quel est le rayon de ce cercle ? Indique le détail de tes calculs.

$$(15 : 3,14) : 2 = 2,4 \text{ dm}$$

Problème 9

Un pâtissier entoure chaque gâteau d'un ruban décoratif. Les moules utilisés pour la fabrication des gâteaux mesurent 22cm de diamètre. Sachant que le pâtissier utilise pour chaque gâteau une longueur de ruban égale à deux fois le périmètre du moule et qu'il fabrique 30 gâteaux, calcule la longueur TOTALE de ruban dont il aura besoin.

$$22 \times 3,14 = 69,08 \quad 69,08 \times 2 = 138,16 \quad 138,16 \times 30 = 4\,144,8 \text{ cm}$$

Problème 1 : Calculer la valeur exacte puis l'arrondi au dixième du périmètre d'un cercle de rayon 2 cm.

$$2 \times 2 \times 3.14 = 12.56 \text{ cm} \rightarrow 12,6 \text{ cm}$$

Problème 2 : Calculer la valeur exacte puis l'arrondi au dixième du périmètre d'un cercle de diamètre 3 cm.

$$3 \times 3.14 = 9.42 \text{ cm} \rightarrow 9,4 \text{ cm}$$

Problème 3 : Mon vélo a des roues de 700. Cela veut dire que leur diamètre est de 700 mm. De combien avance mon vélo lorsque la roue fait un tour ?

$$700 \times 3.14 = 2\,198 \text{ mm}$$

Problème 4 : Dans son jardin, Claire souhaite créer un parterre de fleurs circulaire. Elle dispose, sur le pourtour, 50 narcisses espacés de 20 cm.

Calculez le périmètre du parterre, puis son rayon.

$$50 \times 20 = 1\,000 \quad (1000 : 3.14) : 2 = 159,2 \text{ cm}$$