



Chapitre 1. Les nombres entiers et rationnels

Annales du brevet

Exercice 1 :

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat.

Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après mise en paquet, il reste ni œufs, ni poissons.

1. Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifier.
2. Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

Exercice 2 :

L'entreprise « Punu Pua Toro » vend des boîtes de corned-beef. Ces dernières sont de forme cylindrique de 12 cm de diamètre et de 5 cm de hauteur.

Elles sont rangées dans un carton de 84 cm de long, 60 cm de large et 5 cm de hauteur de façon à ce qu'elles se calent les unes contre les autres.



1. Combien de boîtes peut-on ranger au maximum dans un carton ?
2. Calcule le PGCD de 84 et 60.
3. L'entreprise peut-elle ranger dans ce carton des boîtes cylindriques de plus grand diamètre de façon à ce qu'elles se calent les unes contre les autres ? Justifie ta réponse.

Exercice 3 :

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :

« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
3. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
 - a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
 - b. Combien y aura-t-il de carrés par plaque ?

Exercice 4 :

1. Justifier sans calcul que 850 et 714 ne sont pas premiers entre eux.
2.
 - a. Déterminer par la méthode de votre choix, en détaillant les différentes étapes, le PGCD de 850 et 714.
 - b. En déduire la fraction irréductible égale à $\frac{850}{714}$.

Exercice 5 :

- Déterminer le PGCD de 260 et de 90 en détaillant les calculs intermédiaires.
- Pour réaliser un «tifaifai», (genre de couvre-lit), Tina doit découper des carrés dans un tissu de soie blanc rectangulaire de 260 cm de long sur 90 cm de large.
Tout le tissu doit être utilisé. Chaque carré doit avoir le plus grand côté possible.
 - Montrer que la longueur du côté d'un carré est 10 cm.
 - Combien de carrés pourra-t-elle obtenir ?
- Sur certains carrés, elle veut faire imprimer un «tiki» et sur d'autres un «tipanier». La société «Arii porinetia» lui propose le devis suivant créé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	impression du motif	prix unitaire en F	quantité	prix total en F
2	tiki	75	117	8 775
3	tipanier	80	117	9 360
4				
5	Total			

Pour obtenir le prix total des impressions des carrés, quelle formule doit-on saisir sans la cellule D5 ? Parmi les 4 formules proposées, recopier sur votre copie la bonne formule :

Exercice 6 :

- Déterminer le PGCD de 120 et 144 par la méthode de votre choix.
Faire apparaître les calculs intermédiaires.
- Un vendeur possède un stock de 120 flacons de parfum au tiare et de 144 savonnettes au monoï.
Il veut écouler tout ce stock en confectionnant le plus grand nombre de coffrets « Souvenirs de Polynésie » de sorte que :
 - le nombre de flacons de parfum au tiare soit le même dans chaque coffret ;
 - le nombre de savonnettes au monoï soit le même dans chaque coffret ;
 - tous les flacons et savonnettes soient utilisés.
 Trouver le nombre de coffrets à préparer et la composition de chacun d'eux.
L'évaluation de cette question tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes ; les faire apparaître sur la copie.
- L'algorithme des soustractions successives permet de trouver le PGCD de deux entiers donnés.
Il utilise la propriété suivante :
« a et b étant deux entiers positifs tels que a supérieur à b , $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; a - b)$. »

Sur un tableur, Heiarü a créé cette feuille de calcul pour trouver le PGCD de 2 277 et 1 449.

- En utilisant sa feuille de calcul, dire quel est le PGCD de 2 277 et 1 449.
- Quelle formule a-t-il écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur ?

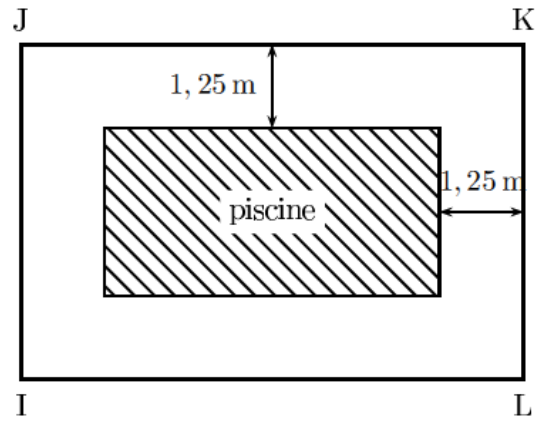
	A	B	C
1	a	b	$a - b$
2	2277	1449	828
3	1449	828	621
4	828	621	207
5	621	207	414
6	414	207	207
7	207	207	0

Exercice 7 :

- En précisant la méthode utilisée, calculer le PGCD de 378 et 270.
- Pour une kermesse, un comité des fêtes dispose de 378 billes et 270 calots.
Il veut faire le plus grand nombre de lots identiques en utilisant toutes les billes et tous les calots.
 - Combien de lots identiques pourra-t-il faire ?
 - Quelle sera la composition de chacun de ces lots ?

Exercice 8 :

M Dujardin doit clôturer sa piscine, en laissant autour une distance de 1,25 m comme le montre le schéma ci-contre.



1. Calculer les distances IJ et JK.
2. Pour réaliser la clôture, il souhaite utiliser un nombre entier de panneaux rectangulaires identiques, dont la longueur a est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible.
Expliquer pourquoi a est le PGCD de 750 et de 1650.
3. Calculer la valeur de a , en indiquant la méthode utilisée.
4. Combien faudra-t-il de panneaux pour clôturer la piscine ?

Exercice 9 :

1. Déterminer le PGCD de 186 et 155 en expliquant la méthode utilisée (faire apparaître les calculs intermédiaires).
2. Un chocolatier a fabriqué 186 pralines et 155 chocolats.
Les colis sont constitués ainsi :
 - Le nombre de pralines est le même dans chaque colis.
 - Le nombre de chocolats est le même dans chaque colis.
 - Tous les chocolats et toutes les pralines sont utilisés.
 - a. Quel nombre maximal de colis pourra-t-il réaliser ?
 - b. Combien y aura-t-il de chocolats et de pralines dans chaque colis ?

Exercice 10 :

Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Étant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec des amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.

1. Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes) ? Expliquer votre raisonnement.
2. Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

Exercice 11 :

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210.
2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.
 - a. Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de longueur.
 - b. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

Exercice 12 :

1. Calculer le PGCD des nombres 675 et 375
2. Écrire la fraction $\frac{675}{375}$ sous forme irréductible.

Exercice 13 :

1. Trouver le PGCD de 6 209 et 4 435 en détaillant la méthode.
2. En utilisant le résultat de la question précédente, expliquer pourquoi la fraction $\frac{4\,435}{6\,209}$ n'est pas irréductible.
3. Donner la fraction irréductible égale à $\frac{4\,435}{6\,209}$.

Exercice 14 :

Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques.

1. Calculer le nombre de tartelettes.
2. Calculer le nombre de framboises et de fraises dans chaque tartelette.

Exercice 15 :

1. 128 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Expliquer pourquoi.
2. Déterminer le PGCD de 288 et 224.
3. Écrire la fraction $\frac{224}{288}$ sous forme irréductible.
4. Un photographe doit réaliser une exposition en représentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits.
Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?
Combien chaque panneau contient-il de photos de paysage et de portraits ?

Exercice 16 :

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

Exercice 17 :

1. Calculer le PGCD des nombres 1183 et 455 en précisant la méthode utilisée.
2. Écrire sous la forme irréductible la fraction $\frac{1183}{455}$

Exercice 18 :

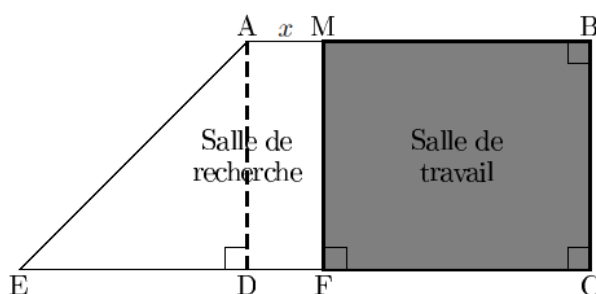
La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol du CDI d'un collège. Ce CDI doit être réaménagé en deux parties distinctes :

une salle de recherche et une salle de travail.

ABCE est un trapèze rectangle tel que $AB = 9$ m, $BC = 8$ m et $DE = 6$ m.

M est un point du segment [AB].

On pose $AM = x$ (x est une distance exprimée en mètres) : $0 \leq x \leq 9$.



Dans cette partie, on pose $x = 3,5$.

1. Donner, en cm, les dimensions de la salle de travail MBCF.
2. On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail à l'aide d'un nombre entier de dalles carrées identiques, de côté c entier le plus grand possible.
 - a. Expliquer pourquoi c est le PGCD de 800 et 550.
 - b. Calculer la valeur de c , en indiquant la méthode utilisée.
 - c. Combien de dalles sont nécessaires pour recouvrir le sol de la salle de travail ?
3. Les dalles coûtent 13,50€ le mètre carré.
Quelle somme devra-t-on payer pour acheter le nombre de dalles nécessaires ?