

FRACTIONS ET DECIMAUX

TEXTES OFFICIELS

Les fractions et nombres décimaux sont abordés au cycle 3, à partir du CM1

PROGRAMMES

Fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;

Nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

PROGRESSION

CM1	CM2
<p><u>Fractions</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième.- Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.	<p><u>Fractions</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.- Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.
<p><u>Nombres décimaux</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100ème).- Savoir :<ul style="list-style-type: none">. les repérer, les placer sur une droite graduée,. les comparer, les ranger,. les encadrer par deux nombres entiers consécutifs,. passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.	<p><u>Nombres décimaux</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000ème).- Savoir :<ul style="list-style-type: none">. les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence,. les comparer, les ranger,. produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001...- Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.

SOCLE COMMUN

- utiliser les techniques opératoires des quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux (pour la division, le diviseur est un nombre entier) ;
- écrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux (jusqu'au centième) et quelques fractions simples ;

APPORTS THEORIQUES

Définition fraction : toutes les *fractions* désignent des *nombres rationnels*. Parmi ces nombres il y a entre autre les nombres *entiers* et les nombres *décimaux* non entiers (mais à écriture finie).

Intérêt étude des fractions et décimaux : permettent de *résoudre des problèmes* que les nombres entiers ne nous permettent pas de résoudre façon satisfaisante (*partage, mesures, repérage...*)

Les *écritures à virgules n'ont de sens qu'avec la mise en relation avec les fractions* → la valeur d'un chiffre est 10 fois plus petite que celle du chiffre juste à sa droite et 10 fois plus grande que celle du chiffre écrit à sa gauche.

MISE EN OEUVRE PEDAGOGIQUE

PROGRESSION ENVISAGEE

1. Les fractions inférieures à l'unité
2. Les fractions supérieures à l'unité
3. Les fractions décimale
4. passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement
5. Comparer, ranger, intercaler, situer
6. Calculer : additionner (CM1) et diviser (CM2)



LES FRACTIONS DANS LES PROBLEMES DE PARTAGE OU POUR EXPRIMER UNE MESURE

Situation problème : les bandes (Ermel)

Modalité : groupes de 2, avec un groupe émetteur et un groupe récepteur.

Matériel : une bande-unité (sans faire de graduation dessus!!) + feuille sur laquelle sont représentés 10 segments de longueurs différentes.

But de la tâche : le groupe émetteur choisit sur la feuille un segment que le groupe récepteur ne connaît pas, il doit alors produire un message pour expliquer comment trouver cette mesure à partir uniquement de cette bande-unité.

Difficulté principale : les élèves doivent penser à fractionner leur bande en la pliant (car le segment correspond à une écriture fractionnaire à partir de la bande-unité)

Aide de l'enseignant : donner sur une autre feuille un segment dont la mesure est plus petite que la bande unité, l'idée de pliage apparaîtra plus vite ; possibilité de va-et-vient du message entre les groupes émetteurs et récepteurs pour plus de précisions.

Les fractions inférieures à l'unité

- *Par l'utilisation des connaissances culturelles* des enfants dans des contextes particuliers : notamment *heure et masse* : EX : explication et écriture d'expression comme « une demi-heure », « un quart d'heure », « un demi kilo » ...
- *Par une situation de partage d'entité*. EX : partage d'un gâteau, ce qui donne lieu à ce type de représentations et d'écriture : $3/8$
- *Par une situation de mesure* : Utilisation de la bande unité pour exprimer la mesure de segments dont les longueurs ne sont pas des mesures entières. Favoriser mesure avec fractions qui ont pour dénominateurs 2, 4, 8..., accessibles par pliages en deux successifs.
- *Par une situation de partage équitable que les entiers ne permettent pas de résoudre totalement*. EX : 4 amis se partagent équitablement neuf baguettes de pains. Quelle est la part de chacun d'entre eux ?

Difficulté élève : les *premières écritures fractionnaires étudiées doivent être nécessairement l'expression d'une proportion, et inférieures à l'unité*. Les élèves ne conçoivent la fraction que comme l'expression d'une proportion, le tout étant pris pour une unité, ce qui signifie que toute fraction serait nécessairement inférieure à 1. Il faut leur permettre de passer du type de fraction $3/4$ à $3/4$, faire comprendre que $3/4$ de « quelque chose » devient $3/4$ un nombre à part entière.

Les fractions supérieures à l'unité

- *Opérations sur les premières fractions introduites* (inférieures à 1), qui peuvent être représentées et manipulées par les élèves. EX : $1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 = 5/4$
- *Placer les fractions sur une droite graduée. Utilisation d'une bande-unité*. Pliage en deux matérialise la fraction $1/2$, puis on transpose cette demi-unité plusieurs fois sur une droite graduée, on obtient : $0 \rightarrow 1/2 \rightarrow 1 \rightarrow 3/2 \rightarrow 2 \rightarrow \dots$

Les fractions décimales

- *Utilisées pour exprimer des mesures* → rencontre entre les fractions et le système métrique : 1L et 1 dl devient $1 + 1/10$; 1m et 3 cm devient $1 + 3/100$...

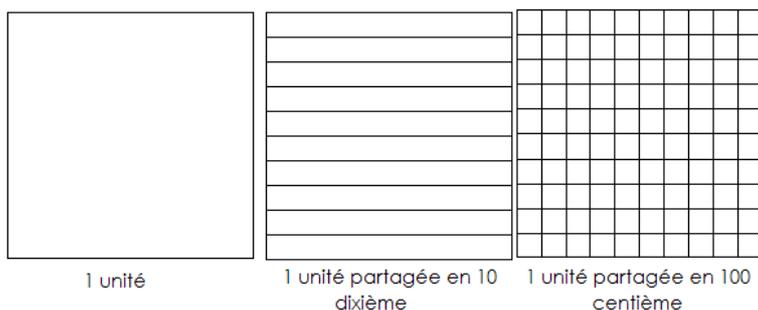
PASSER D'UNE ÉCRITURE FRACTIONNAIRE À UNE ÉCRITURE À VIRGULE ET RÉCIPROQUEMENT

Écriture des nombres décimaux

Les écritures décimales peuvent être présentées comme un *autre moyen d'écrire une fraction ou somme de fractions décimales*. Les élèves doivent être capables de maîtriser des équivalences de notations telles que : $126/100 = 1 + 26/100 = 12/10 + 6/100 = 1 + 2/10 + 6/100 = 1,26$

- *Jeux* : memory / domino (appareiller 2 écritures équivalentes), loto

- *Associer les désignations orales et l'écriture chiffrée* d'un nombre décimal. EX : 14,5 se lit « 14 et demi » ou « 14 et 5 dixièmes »...
- *Utilisation du tableau de numération*, s'il est bien maîtrisé pour les nombres entiers, avec appellation « dixième », « centième »... Attention, cette activité doit être menée *en lien avec le repérage de points sur une droite graduée* pour éviter les amalgames entre les notions de dixième, centième...
- *Dictée de fraction*
- *Mesures d'aires* d'une figure composée de rectangles, grâce à l'utilisation d'une unité (un carré), fractionné en 10 ou 100 parties.



Oralisation des nombres décimaux

Les élèves doivent utiliser les termes « demi », « tiers », « quart », et les mots en « -ième ».



L'enseignant doit être attentif à sa propre oralisation : il est conseillé de *lire 42,37* comme « 42 et 37 centième », ou comme « 42, 3 dixièmes et 7 centièmes » (et non comme 42 virgule 37) afin d'éviter de laisser croire aux élèves qu'un décimal est un couple d'entiers.

- *Jeu du furet oral* : suite de 0,10 en 0,10 etc
- *Activités de lectures* de nombres décimaux

Difficultés élèves

- Un nombre décimal est composé de 2 entiers séparés par une virgule. Ils n'attribuent aucune valeur aux chiffres. En suivant le contrat didactique, si l'enseignant demande l'écriture de « 7 dixièmes », l'élève sait qu'on attend de lui une écriture à virgule, beaucoup écrivent alors : 7,10 sans donner de sens à ce qu'ils font.
- Des confusions sont faites entre dixième / dizaine ; centième / centaine

COMPARER, RANGER, INTERCALER, SITUER

Types d'activités permettant à l'élève d'accéder au *concept d'univers continu des décimaux* (il n'y a jamais un successeur / prédécesseur unique) *différent de l'univers discrets des entiers* (où les notions de successeurs / prédécesseur prennent tout leur sens) :

- *Comparer, ordonner* du plus petit au plus grand des nombres
- *Situer des nombres sur une graduation*
- *Encadrer des nombres.* Ex : encadrer ces nombres par 2 entiers consécutifs : $1,8 / 0,45...$
- *Intercaler.* Ex : déterminer 2 nombres décimaux compris entre 1,5 et 2 / 1,8 et 1,81...
- *Déterminer des valeurs approchées :* comparaison d'une fraction avec des entiers peut être effectuée en décomposant la fraction par la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Ex : $7/3 = 2 + 1/3$ d'où $2 < 2 + 1/3 < 3$
- *Comparaison de 2 nombres décimaux* s'appuie d'abord sur la fraction décimale : ex : comparer 6.27 et 6.3 → les parties entières sont les mêmes, il faut comparer $27/100$ et $3/10$ ou $27/100$ et $30/100$. D'abord comparer les parties entières puis les décimaux soit en ajoutant un 0 pour qu'il y ai autant de chiffres dans les deux entités, soit en comparant termes à termes jusqu'à qu'il y ai une différence.

Difficultés élèves

Le nombre décimal comme adjonction de 2 entiers → comparaison de 2,3 et 2,25 peut être perçu comme la comparaison de 3 et 25 (puisque la partie entière est la même), voire la comparaison de 23 et 225 ! Enseigner aux élèves que la comparaison de la partie décimale est juste que si ces 2 parties contiennent le même nombre de chiffre (ajouter des 0).

CALCULER AVEC LES DECIMAUX

Progression :

1. CM1 : Additionner, soustraire 2 nombres décimaux
2. fin CM1 : Multiplier un nombre entier par un nombre décimal
3. fin CM2 : multiplier 2 nombres décimaux en calcul posé
4. fin CM2 : diviser deux entiers en calcul posé avec quotient décimal
5. fin CM2 : diviser un nombre décimal par un entier en calcul posé

Additionner / soustraire les décimaux (CM1)

Pré-requis : *calcul mental intensif sur les décimaux*, ex : « ajouter 5 centièmes et 2 dixièmes »

Difficulté élève : toujours cette difficulté de « *couple d'entiers* ». Ex : compter de 0,1 en 0,1 peut donner : 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; ... ; 0,9 ; 0,10 ; 0,11... → *pas d'équivalence 10 dixièmes = 1 unité*

Multiplier un entier par un décimal (fin CM1)

Difficulté élève

- Jusque là, une *multiplication* représente une *addition répétée*
- Multiplier par un nombre décimal peut aboutir à un *résultat inférieur* au « *nombre de départ* »

Activités

- *Faire une analogie entre multiplication et fractions décimales.* Par exemple : $8,3 \times 10 = 83/10 \times 10 = 830 / 10 = 83$.

La procédure de décalage de la virgule ne doit apparaître qu'une fois le sens de l'opération comprise

Diviser deux entiers de façon décimale

Au cycle 3, les problèmes de division travaillés sont pour une large part des *problèmes liés à la division euclidienne* : dans un premier temps avec des nombres entiers puis avec des partages qui mèneront aux décimaux.