COMPOSITION 3$^{\text{ème}}$ TRIMESTRE

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **3 heures**
Classe : **SECONDE**

N.B : *Le candidat doit traiter les quatre exercices.*

EXERCICE 1 : (5 points)

Résoudre dans IR, les équations et inéquations suivantes :

1° $(x + 4)^2 - (2x + 8)(5 - 3x) = 0$ (1 pt)

2° $\frac{6x - 1}{3x + 2} = \frac{6x + 1}{3x - 2}$ (1 pt)

3° $\frac{2(x - 3)}{3} + 1 < \frac{1 - 2x}{6} + 5 + x$ (1 pt)

4° $\frac{(x - 3)}{4} + \frac{x}{6} < \frac{(2x - 3)}{3}$ (1 pt)

5° $\frac{2}{x - 1} < \frac{3}{x + 1}$ (1 pt)

EXERCICE 2 : (5 points)

1° - Compléter le tableau suivant : (2 pts)

α (en rad)	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$
sin α								
cos α								

2° - a- Construire le point E à l'intérieur du carré ABCD tel que [AB] soit sur l'horizontale en dessous de [CD] et que ADE soit un triangle équilatéral. (1 pt)

b- Soit E' le projeté orthogonal du point E sur [AB] et E'' le projeté orthogonal du point E sur [AD]. (1 pt)
En utilisant une relation trigonométrique dans un triangle rectangle, exprimer AE' en fonction de AB puis AE'' en fonction de AD. (1 pt)

c- En déduire les coordonnées du point E dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD})$ (1 pt)

EXERCICE 3 : (5 points)

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points suivants :

$$A(0 ; 1) ; B(2 ; 0) ; C\left(1 ; \frac{1}{2}\right) \text{ et } D\left(0 ; -\frac{3}{2}\right).$$

1° - Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ (1 pt)

2° - Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ et $\det(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD})$ (1 pt)

3° - Que peut-on conclure des droites (AB) et (CD) ? (0,5 pt)

4° - Soit le point E(2 ; m) avec $m \in$ IR

a- Déterminer la valeur de m pour que (AB) soit parallèle à (DE) (0,5 pt)

b- Donner une équation cartésienne de (AB) (1 pt)

c- Calculer la distance du point E par rapport à la droite (AB) (1 pt)

EXERCICE 4 : (5 points)

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = ax^2 + bx + c$

1° - Déterminer les nombres réels a, b, c sachant que $(\mathcal{C})$ passe par les points A(1 ; 3) ; B(0 ; 2) et C(-1 ; 5) (2 pts)

2° - On pose maintenant $f(x) = 2x^2 - x + 2$. Calculer l'image de 2 par f. (1 pt)

3° - Quels sont les antécédents de 2 par f ? (1 pt)

4° - Montrer que O n'a pas d'antécédent par f. (1 pt)

COMPOSITION 3ème TRIMESTRE

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **2 heures 15 min.**
Classe : **PREMIERE A**

EXERCICE 1 (5 points)

Une urne contient 10 jetons numérotés : 1 – 1 – 1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3 – 3.

1- Un enfant tire simultanément 4 jetons de l'urne.

a) Calculer le nombre de tous les tirages possibles. (0,5)

b) Calculer le cardinal de chacun des ensembles suivants :

A : « Les jetons tirés portent tous le même numéro » (0,5)

B : « On a tiré exactement deux jetons numérotés 1 et deux jetons numérotés 3 » (0,5)

C : « Les trois jetons numérotés 2 sont tirés » (0,5)

D : « On a tiré au moins deux jetons numérotés 3 » (0,75)

2- Un autre enfant tire successivement et avec remise 3 jetons de l'urne.

a) Calculer le nombre de tous les tirages possibles. (0,5)

b) Calculer le cardinal de chacun des ensembles suivants :

E : « Aucun jeton numéroté 1 n'a été tiré » (0,5)

F : « On a tiré un jeton numéroté 2 seulement au premier tirage » (0,5)

G : « On a tiré exactement un jeton numéroté 2 » (0,75)

EXERCICE 2 (5 points)

1- Soit la suite arithmétique (U_n) telle que $U_{12} = 3$ et $U_{54} = 24$.

a) Calculer la somme $S = U_{12} + U_{13} + \cdots + U_{54}$. (0,75)

b) Vérifier que la raison de cette suite est égale à $\frac{1}{2}$. (0,75)

c) Exprimer U_n en fonction de n. (0,5)

d) Calculer le terme U_{25}. (0,5)

2- La suite (V_n) est définie par : $V_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout $n > 0$

a) Calculer les trois premiers termes de cette suite. (0,75)

b) Vérifier que $V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n$. (0,5)

c) Préciser la nature et la raison de la suite (V_n). (0,25+0,25)

d) Exprimer, en fonction de n, la somme $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$. (0,75)

PROBLEME (10 points)

La fonction numérique f est définie par $f(x) = \frac{3x+1}{x+1}$. (C) désigne sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm.

1- a) Donner l'ensemble de définition D de f. (0,5)

b) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (2)

c) En déduire la nature et l'équation de chacune des asymptotes de (C). (0,5+0,5)

2- a) Pour tout $x \in D$, déterminer l'expression de $f'(x)$. (0,75)

b) Préciser le signe de $f'(x)$. (0,5)

c) Dresser le tableau de variation de f. (1)

3- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$. (0,75)

4- Calculer les réels : $f(-3)$, $f(-2)$, $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ et $f(1)$. (1)

5- a) Dans un même repère, construire (T) et (C) avec ses asymptotes. (0,5+1+0,5)

b) Préciser les coordonnées du centre de symétrie de (C). (0,5)

COMPOSITION 3ème TRIMESTRE

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **3 heures**
Classe : **PREMIERE C**

<u>EXERCICE 1</u> : (10 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{4x^2 - 8x}{x^2 - 2x - 3}$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Calculer ses limites aux bornes.
3. Etudier les branches infinies.
4. Calculer la dérivée de f et dresser son tableau de variation.
5. Montrer que la droite d'équation x = 1 est axe de symétrie.
6. Donner une équation de la tangente (Δ) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 5.
7. Tracer (Δ) et $(\mathcal{C})$.
8. Vérifier que, pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, on a l'égalité : $f(x) = \dfrac{25 - 2x}{3} = \dfrac{(x-5)^2(2x+3)}{3(x^2 - 2x - 3)}$ et en déduire les points d'intersection de (Δ) et $(\mathcal{C})$.

<u>EXERCICE 2</u> : (10 points)

A. On considère dans le plan P un triangle ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}}) = \dfrac{\pi}{2}$ et AB = AC = 5 cm. Soient :

- G le barycentre du système { (A ; 3) ; (B ; 1) ; (C ;1) }
- Q le barycentre du système { (A ;3) ; (C ; 1) }
- R le barycentre du système { (A ; 3) ; (B ; 1) }

1. Construire G, Q et R.
2. a. Montrer que B, Q et G sont alignés ;
   b. Montrer que C, R et G sont alignés.
3. Soit P le milieu de [BC].
   a. Montrer que les points A, P et G sont alignés ;
   b. Exprimer $\overrightarrow{PG}$ en fonction de $\overrightarrow{PA}$.
4. Soit (E) l'ensemble des points M vérifiant $\| 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \sqrt{2}$
   a. Vérifier que (E) passe par A ;
   b. Déterminer et construire (E)

B. 1° Résoudre :

a) $\sin\left(3x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right)$;

b) $\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{5}\right) \geq \dfrac{1}{2}$; $x \in [0; 2\pi]$

2° a) Transformer: $\cos x - \sqrt{3}\sin x$

b) En déduire la résolution de : $\cos x - \sqrt{3}\sin x = -1$.

COMPOSITION 3ème TRIMESTRE

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **3 heures 15 min**
Classe : **PREMIERE D**

EXERCICE 1 : (10 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x^2 + x - 2}$. Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

Unité : $\|\vec{i}\| = 1$cm ; $\|\vec{j}\| = 3$cm.

1. a. Préciser l'ensemble de définition D_f de f : (0,5 pt)
   b. Calculer les limites de f(x) aux bornes de D_f ; (1 pt)
   c. En déduire les branches infinies de (C) (1 pt)
2. a. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ et $(- 2x – 1)$ ont même signe sur D_f. (1,5 pts)
   b. Dresser le tableau de variation de f. (1,5 pts)
3. Montrer que la droite D d'équation : $x = -\dfrac{1}{2}$ est axe de symétrie de (C). (1 pt)
4. a. Calculer f(- 3) et f(2). (0,5 pt)
   b. Construire la courbe (C). (2 pts)
5. Discuter graphiquement suivant les valeurs de m, le nombre et les signes des racines de l'équation :
   $(m – 1)x^2 + (m – 1)x – 2m = 0$ (1 pt)

EXERCICE 2 : (3,5 points)

1. Ecrire le plus simplement possible les expressions suivantes définies pour réel x :

$A = \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \sin(x + \pi) + \sin(x + \frac{3\pi}{2}) + \sin(x + 2\pi)$ (0,5 pt)

$B = (\cos x)^3 + \sin x(\cos x)^2 + (\sin x)^3 + \cos x(\sin x)^2$. (0,5 pt)

2. Résoudre les équations et inéquations suivantes :
   a. $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \cos\frac{5\pi}{6}$ dans IR (0,5 pt)
   b. $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin\frac{2\pi}{3}$ dans IR (0,5 pt)
   c. $\sqrt{2}(\cos x)^2 – \cos x - \sqrt{2} = 0$ dans IR (1 pt)
   d. $\sin x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ dans $]-\pi ; \pi]$ (0,5 pt)

EXERCICE 3 : (3 points)

Une urne contient 10 jetons : deux jetons numérotés chacun par 1 ; trois jetons numérotés chacun par 2 ; quatre jetons numérotés chacun par 3 ; un jeton numérotés par 4.

1. On tire au hasard et simultanément trois jetons de l'urne.
   a. Combien y a-t-il de façons d'obtenir trois jetons portant chacun un numéro 3 ? (0,5 pt)
   b. Combien y a-t-il de façons d'obtenir trois jetons portant chacun un numéro impair ? (0,5 pt)
   c. Combien y a-t-il de façons d'obtenir la somme des numéros soit égale à 10? (0,5 pt)
2. On tire successivement avec remise trois jetons de l'urne.
   a. Combien y a-t-il de façons d'obtenir trois jetons de même numéro? (0,75 pt)
   b. Combien y a-t-il de façons d'obtenir le jeton numéro 4 au premier tirage? (0,75 pt)

EXERCICE 3 : (3,5 points)

Soit U une suite définie sur IN par : $U_0 = 0$ et $U_n = 2 - \dfrac{5}{U_n + 4}$.

On considère la suite V définie sur IN par : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 3}$

1. Calculer U_1, V_0, V_1. (0,75 pt)
2. a- Montrer que la suite V est une suite géométrique dont on précisera la raison ; (1 pt)
   b. Exprimer V_n en fonction de n. (0,5 pt)
3. a- Exprimer U_n en fonction de V_n ; (0,5 pt)
   b. En déduire l'expression de U_n en fonction de n ; (0,5 pt)
   c. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$. (0,25 pt)

BACCALAUREAT BLANC

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **2 heures 15 min.**
Classe : **TERMINALE A**

EXERCICE 1 (5 points)

Soit U la suite définie par

$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_n = \dfrac{U_n - 5}{4} \end{cases}$$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. On pose $V_n = 3U_n + 5$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1- Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme V_0. (0,75+0,25+0,25)

2- a) Exprimer V_n en fonction de n. (0,5)

b) En déduire l'expression de U_n en fonction de n. (0,5)

3- Soit $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.

a) Exprimer S_n en fonction de n. (0,5)

b) Calculer la limite de S_n. (0,25)

4- On considère la suite W définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $W_n = \ln\left[2.\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]$.

a) Exprimer W_n en fonction de n et de ln2. (0,75)

b) Montrer que (W_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (0,75)

c) Déterminer le sens de variation et la limite de (W_n). (0,25+0,25)

EXERCICE 2 (5 points)

On a recensé dans un hôpital de la région d'Analanjorofo, le nombre de malades atteints par le paludisme pendant les 6 premiers mois de l'année 2012.

Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de malades y_i	110	140	140	160	190	220

1- Représenter graphiquement le nuage de points $M_i\ (x_i, y_i)$. On prendra :

- 1 cm pour un mois sur l'axe des abscisses
- 5 cm pour 100 malades sur l'axe des ordonnées. (1)

2- Déterminer le point moyen G et placer-le dans la figure. (0,5+0,5)

3- On partage les points en deux sous nuages.

a) Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 associés à ces deux sous nuages et tracer (G_1G_2). (0,5+0,5)

b) Donner une équation de la droite de Mayer. (1)

4- Estimer le nombre de malades à la fin de l'année 2012. (1)

PROBLEME (10 points)

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - \dfrac{1}{e^x + 1}$. (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = 2$ cm et $\|\vec{j}\| = 4$ cm.

1- a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (0,5+0,5)

b) Quelles conclusions peut-on en tirer pour (C) ? (1)

2- a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{e^x}{\left(e^x + 1\right)^2}$, pour tout réel x. (1)

b) Dresser le tableau de variation de f. (1)

3- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse nulle. (1)

4- a) Donner les valeurs exactes des réels $f(\ln 2)$, $f(\ln 4)$, $f(-\ln 2)$ et $f(-\ln 4)$. (1)

b) Construire (T) et (C) avec ses asymptotes. (0,5+1+,05)

5- Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \ln\left(e^x + 1\right)$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (1)

c) Calculer, en cm^2 et à 10^{-1} près, l'aire du domaine plan (Δ) défini par :

$(\Delta) = \{M(x, y)$ tel que $0 \le x \le \ln 2$ et $0 \le y \le f(x)\}$. (1)

N.B : On prendra $\ln 2 \simeq 0,7$; $\ln 3 \simeq 1,1$; $e \simeq 2,7$; $e^2 \simeq 7,3$; $e^{-2} \simeq 0,1$

BACCALAUREAT BLANC

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **4 heures**
Classe : **TERMINALE C**

EXERCICE : (4 points)

A) On dispose d'un dé cubique parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées 1, 1, 1, 1, 2, 3.

1. Calculer la probabilité d'apparition de chaque numéro lors d'un lancer de ce dé.
2. On lance ce dé deux fois de suite. On note u le numéro apparu au 1er lancer et v celui du 2^{e} lancer.
   a. On considère l'équation (E): $x^2 + ux + v = 0$ dans IR. Calculer la probabilité pour que :
      i) (E) ait une racine double.
      ii) (E) ait pour racine -2 et -1.
   b. Quelle est la probabilité pour que u + v soit égale à 4 ?

B) On considère l'entier naturel A qui s'écrit $\overline{1x416}$ dans la numérotation de base sept.

1. Déterminer x pour que :
   a. A soit divisible par 6 ;
   b. A soit divisible par 5.
   En déduire qu'il existe x tel que A soit divisible par 30.
2. On donne à x la valeur 0. Déterminer l'écriture décimale de A. Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de A qui sont premiers avec 3.

PROBLEME 1 : (7 points)

Dans le plan orienté P, on considère un carré ABCD de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$ et AB = $\sqrt{3}$. Pour la construction géométrique, on prendra comme unité 3cm et $\sqrt{3} = 1,7$.

Soit : r la rotation de centre A, d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$; t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et h l'homothétie de centre C et de rapport $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Partie A :

1. Soient (Γ_1) et (Γ_2) les ensembles de points définis par :
   $(\Gamma_1) = \{ M\in P / 3\overrightarrow{MD}^2 - \overrightarrow{MC}^2 = 0 \}$ et $(\Gamma_2) = \{ M\in P / \overrightarrow{MC} . \overrightarrow{MD} = 0 \}$
   a. Déterminer le point G barycentre du système { (D, 3) , (C, -1) }. Construire G.
   b. Déterminer et construire (Γ_1) et (Γ_2).
2. Soit r′ = t o r.
   a. Donner la nature de r′ et préciser une mesure de son angle.
   b. Déterminer r′(A) et r′(B). En déduire le centre de r′.
3. Soit S la transformation définie par S = t o r o h.
   a. Donner la nature de S et préciser le rapport k et une mesure de son angle θ.
   b. Vérifier que S(C) = D
   c. On note I le centre de S. montrer que $I\in (\Gamma_1) \cap (\Gamma_2)$. Placer alors le point I sur la figure.

Partie B :

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(A, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ tel que $e_1 = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $e_2 = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

1. Déterminer les affixes des points A, B, C, D, G et O
2. a- Déterminer les expressions complexes de r′ = t o r et S = t o r o h.
   b- Préciser les éléments caractéristiques de S.
3. On considère la transformation h définie par : $z' = (2 + i)\bar{z} + 1 + i$
   a. Montrer que h est une similitude indirecte ;
   b. Donner ses éléments géométriques.
   c. Déterminer son expression analytique

PROBLEME 2 : (9 points)

Partie A :

On considère l'équation différentielle : $y'' - y' - 6 = - 6x - 1$ (1)

1. Déterminer a et b tels que la fonction g définie sur IR par : g(x) = ax + b soit une solution de l'équation (1)
2. a- Démontrer que f, fonction numérique de variable réelle, deux fois dérivable sur IR, est une solution de (1) si et seulement si, (f – g) est une solution de l'équation différentielle : $y'' - y' - 6 = 0$
   b. Résoudre l'équation différentielle : $y'' - y' - 6 = 0$.
   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (1)

Partie B :

On donne la fonction h définie sur IR par $h(x) = \ell n\,(1 + e^{-2x})$. On note (C) la courbe représentative de la fonction h dans le repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 4 cm.

1. Déterminer la limite de h en $-\infty$, puis en $+\infty$.
2. Etudier le sens de variation de h et dresser son tableau de variation.
3. Montrer que, pour tout réel x, $h(x) = -2x + \ell n\,(1 + e^{2x})$. Interpréter graphiquement ce résultat.
4. Préciser l'autre asymptote (Δ) à (C). Tracer (C) et les asymptotes.

Partie C :

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,,+\infty[$, on pose $F(x) = \int_0^x \ell n\,(1+e^{-2t})\,dt$. On ne cherchera pas à calculer F(x).

1. Etudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0\,,+\infty[$.
2. Soit a un réel strictement positif.
   a. Montrer que, pour tout t appartenant à l'intervalle [1 ,1 + a], on a : $\dfrac{1}{1+a} \leq \dfrac{1}{t} \leq 1$
   b. En déduire que $\dfrac{a}{1+a} \leq \ell n\,(1 + a) \leq a$
3. Soit x un réel strictement positif. Déduire de la question 2. que : $\int_0^x \dfrac{e^{-2t}}{1+e^{-2t}}\,dt \leq F(x) \leq \int_0^x e^{-2t}\,dt$

   puis : $\dfrac{1}{2}\ell n2 - \dfrac{1}{2}\ell n\,(1 + e^{-2t}) \leq F(x) \leq \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}e^{-2t}$
4. On admet que la limite de F(x), lorsque x tend vers $+\infty$ existe et est un nombre réel noté I. Etablir que $\dfrac{1}{2}\ell n2 \leq I \leq \dfrac{1}{2}$
5. Pour $n \in$ IN, on pose $U_n = \int_n^{n+1} \ell n\,(1+e^{-2t})\,dt$
   a. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $0 \leq U_n \leq \ell n\,(1 + e^{-2t})$. (On pourra utiliser les résultats de la partie B)
   b. Déterminer la limite de la suite (U_n).
6. Pour $n \in$ IN, on pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots.. + U_n$.
   a. Exprimer S_n à l'aide de F et de n.
   b. La suite (S_n) est-elle convergente ? Dans l'affirmative, donner la limite.

BACCALAUREAT BLANC

Session : Juin 2013

Provisorat Adjoint
Lycée Andohalo

Matière : **MATHEMATIQUES**
Durée : **3 heures 15 min.**
Classe : **TERMINALE D**

EXERCICE I : (5 points)

Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(z) = z^3 - (12 + 7i)z^2 + (31 + 56i)z + 4 - 97i$

1. a- Vérifier que $z_0 = 4 + 3i$ est une solution de l'équation $p(z) = 0$.
   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. On notera z_1 et z_2 les deux autres solutions avec $\mathcal{R}_e(z_1) < \mathcal{R}_e(z_2)$
2. Dans le plan $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, d'unité 1cm, on considère les points $A(z_0)$, $B(z_1)$, $C(z_2)$, $D(4+i)$ et $I(4+2i)$.
   a. Placer, sur le plan $\mathcal{P}$, les points A, B, C, D, I.
   b. Calculer AB, AC, BC, CD et BD.
   c. En déduire la nature du triangle ABC et du quadrilatère ABCD.
3. Soit S la similitude directe telle que S(I) = B et S(C) = D.
   a. Déterminer l'expression complexe de S.
   b. En déduire les éléments caractéristiques de S.
   c. Soit $S^4 = S \circ S \circ S \circ S$. Tracer dans le repère précédent $S^4(ABCD)$, image du quadrilatère ABCD par S^4.

EXERCICE II : (5 points)

On dispose de deux dés cubiques A et B. Le dé A porte sur deux faces le nombre 6 et sur les quatre autres faces les nombres ; 1, 2, 3, 4. Toutes les faces ont la même probabilité d'apparition. Le dé B, pipé, porte les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 de façon que la probabilité d'apparition de chaque face soit inversement proportionnelle au nombre marqué sur cette face.

1. a- Quelle est la probabilité d'amener le nombre 6 en lançant une fois le dé A ?
   b. Quelle est la probabilité d'amener le nombre 6 en lançant une fois le dé B ?
2. On lance simultanément les deux dés. Quelle est la probabilité d'obtenir deux nombres 6 ?
3. On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués sur les faces.
   a. Déterminer l'univers images $X(\Omega)$.
   b. Calculer les probabilités suivantes : $p[X=2]$; $p[X=7]$; $p[X=12]$
4. On lance 4 fois de suite les deux dés, d'une manière indépendante. Soit la variable aléatoire Y égale au nombre de lancers auxquels on a $[X=2]$.
   a. Déterminer l'univers image $Y(\Omega)$.
   b. Donner la loi de probabilité de Y.
   c. Calculer $E(Y)$ et $\sigma(Y)$.

PROBLEME : (10 points)

Soit la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 + \dfrac{e^x - 2}{e^x - 1} & \text{si } x < 0 \\ \ell n(4 - x) - \ell n x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$.
2. Calculer les limites aux bornes.
3. Etudier les branches infinies.
4. Etudier la position de la courbe $(\mathcal{C})$ par rapport à son asymptote oblique pour $x < 0$.
5. Calculer $f'(x)$. Etudier son signe. Dresser le tableau de variation de f.
6. a- Montrer que le point I(2, 0) est un point d'inflexion ;
   b. Ecrire un équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point I.
7. Tracer la tangente (T), la courbe $(\mathcal{C})$ et ses asymptotes.
8. a- Déterminer les réels a et b tels que : $\dfrac{e^x - 2}{e^x - 1} = a + \dfrac{be^x}{e^x - 1}$
   b. Calculer en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'asymptote oblique et les droites d'équations respectives : $x = -\ell n4$ et $x = -\ell n2$.

On donne : $\ell n2 \approx 0{,}7$.