Exercice 3 : Cycle de Brayton d'une turbine à gaz

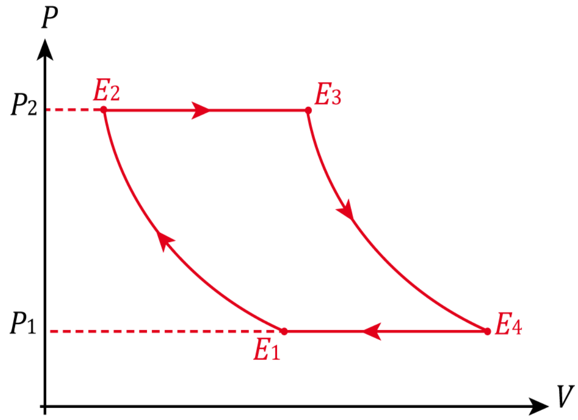
1) *Représentation d'un cycle dans le diagramme de Clapeyron :*

- Transformation $1 \rightarrow 2$: transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait, donc la loi de Laplace est valable : $PV^\gamma = c^{ste}$. Cette transformation est donc décrite par une hyperbole dans le diagramme de Clapeyron (P, V). De plus, il s'agit d'une compression donc P augmente et V diminue de 1 à 2.

- Transformation $2 \rightarrow 3$: transformation isobare. Cette transformation est donc décrite par une droite horizontale dans le diagramme de Clapeyron (P, V). De plus la température augmente au cours de la transformation, donc d'après l'équation d'état le volume également.

- Transformation $3 \rightarrow 4$: transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait, donc la loi de Laplace est valable : $PV^\gamma = c^{ste}$. Cette transformation est donc décrite par une hyperbole dans le diagramme de Clapeyron (P, V). De plus, il s'agit d'une détente donc P diminue et V augmente de 3 à 4.

- Transformation $4 \rightarrow 1$: transformation isobare. Cette transformation est donc décrite par une droite horizontale dans le diagramme de Clapeyron (P, V). De plus la température diminue au cours de la transformation, donc d'après l'équation d'état le volume également.



Le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre : c'est donc le cycle d'un moteur.

2) *Pour un moteur ditherme, le rendement thermodynamique est défini par le rapport du travail (grandeur utile) sur le transfert thermique fourni par la source chaude (grandeur dépensée), donc :*

$$\eta = -\frac{W}{Q_C}$$

En appliquant le premier principe de la thermodynamique au cours d'un cycle du moteur :

$$\Delta U = 0 = W + Q_C + Q_S$$

$$-W = Q_C + Q_S$$

$$donc \;\; \eta = \frac{Q_C + Q_S}{Q_C}$$

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{Q_S}{Q_C}}$$

3) *Transformation $2 \rightarrow 3$: transformation isobare, donc :*

$$\Delta H_{2\rightarrow 3} = Q_C$$

$$donc \;\; Q_C = C_P \Delta T_{2\rightarrow 3}$$

Pour une transformation cyclique, on sait que :

$$\Delta S = 0 = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BD} + \Delta S_{DE} + \Delta S_{EA}$$

$$\Leftrightarrow \quad mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{m\Delta_{vap}H(T_2)}{T_2} - \frac{mx\Delta_{vap}H(T_1)}{T_1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{x = \frac{c\,T_1}{\Delta_{vap}H(T_1)} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{T_1}{T_2}\frac{\Delta_{vap}H(T_2)}{\Delta_{vap}H(T_1)}} = 0{,}80$$

5) *Le rendement du cycle est défini par :*

$$r = -\frac{W}{Q_c} = -\frac{W}{Q_{AB} + Q_{BD}}$$

Puis, on applique le premier principe de la thermodynamique au cours d'un cycle de transformation du gaz :

$$\Delta U = 0 = W + Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{EA}$$

$$\Leftrightarrow \quad W = -(Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{EA})$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 1 + \frac{Q_{EA}}{Q_{AB} + Q_{BD}}} = 0{,}23$$

Pour un cycle de Carnot, le rendement vaut quant à lui :

$$r_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0{,}25 > r$$

Le rendement du cycle réel est inférieur à celui du cycle idéal de Carnot. Ceci est tout à fait logique car la transformation AB se fait par contact avec une source chaude. Il n'y a donc pas d'équilibre thermique, ce qui rend la transformation irréversible et le rendement inférieur à celui de la machine réversible idéale de Carnot.