

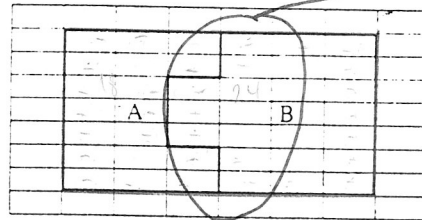
Aires et périmètres

I/ Problématiques :

1)

Voici un extrait des évaluations nationales 1992 en maths à l'entrée en 6^{ième}

Exercice 36



partie commune

« Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessus »
Entoure dans chaque cas la réponse qui convient :

a) L'aire de la parcelle A est la plus grande.

~~Les deux parcelles ont la même aire.~~

L'aire de la parcelle B est la plus grande

Explique ton choix :

... Aire de B = 24

Aire de A = 18

b) ~~Le périmètre de la parcelle A est le plus grand.~~

Les deux parcelles ont le même périmètre

Le périmètre de la parcelle B est le plus grand.

Explique ton choix :

Pour de A = 18

Pour de B = 24

Les réponses des élèves

a) 90% réponses justes dont 60% d'explication valable.

b) 30-35% ont répondu même périmètre, 40% ont répondu faux.

2) Extrait du dialogue du Ménon de Platon:

Socrate dit à un esclave : "Voici un carré dont la longueur du côté est de deux pieds. Quelle est son aire ?"

L'esclave : "4 pieds carré"

Socrate : "quel serait le côté d'un carré d'aire double ?"

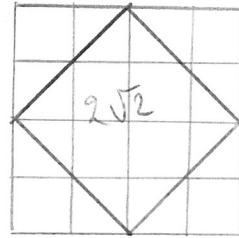
vos réponses

faux

4 $\rightarrow$ si on pense que l'aire est double quand le côté est double. Or, on a une aire 4 fois + grande.

$$\rightarrow 4 \times 2 = 8 \text{ pieds carrés}$$

$$\text{côté} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$



Conjeux

- 1 $\rightarrow$ Réfléchir à la confusion aire et périmètre.
- 2 $\rightarrow$ Réfléchir au problème lié aux agrandissements / réductions où l'aire et le périmètre ne se comparent pas de la même façon. L'aire est $\times 2$ quand les longueurs sont $\times \sqrt{2}$.

II / Périmètre, vous avez dit... périmètre :

- On entend péri (qui signifie "autour" en grec, "et mètre" (qui vient de metron) qui signifie mesure en grec.
- On peut aider les enfants à se souvenir du sens de péri, en pensant à "boulevard périphérique".
- péri se retrouve aussi dans périphrase, périscope, périhélie, périptète..., mots qu'ils déconstruiront plus tard formés avec phrazein (parler), skopein (examiner), helios (soleil), piptein (tomber)... Une visite dans le dictionnaire s'impose.
- metron a donné naissance aux mots "système métrique", mètre choisis à la révolution française quand un système de mesures à vocation universelle a été fabriqué de toutes pièces. Le mot mètre a été choisi pour l'unité de longueur principale. Cette unité est la pièce maîtresse de l'édifice.
- Bref, périmètre, c'est la mesure du tour.
Le périmètre d'une figure c'est la mesure du tour.
C'est une longueur.
- * Le périmètre d'un polygone, c'est donc la somme des longueurs de ses côtés. Rien à retenir de plus.
- * Pour une figure dont le tour est partiellement ou totalement courbe la définition est la même mais il y a une difficulté à trouver la mesure. Que faire ?
utiliser une ficelle ou calculer intégrale (T.S.)

V Plan d'étude à propos de l'aire au cours de la scolarité (un type de plan à transférer à d'autres grandeurs mesurables)

1) Des activités préparatoires faisables sans aucun souci d'institutionnalisation.

- parcourir ~~des~~ surfaces avec la main
- parcourir des salles en marchant
- peindre des surfaces
- superposer exactement des morceaux plats
- "emboîter" les uns sur les autres des morceaux plats quand c'est possible. Prendre conscience que ce n'est pas toujours possible.

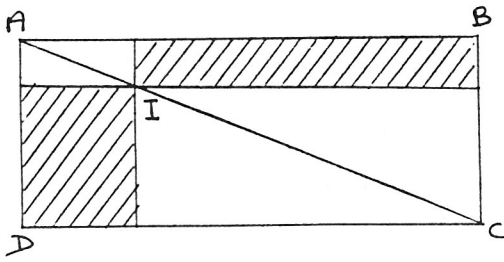
Comparaison directe :
on se contente de dire
"plus petit" "plus grand" "pareil"

2) Institutionnalisation du mot "aire" : (CM1) ^{introduit en}

→ Faire comparer des rectangles non proportionnels (ERMEL) et donc aucun ne tient à l'intérieur de l'autre sans découpage.

Introduire le principe de décomposition / recombinaison.

d) Comparer ici encore les zones hachurées pour leurs aires :



IV Réflexion sur l'agrandissement - réduction :

effets sur aires , effets sur périmètre :

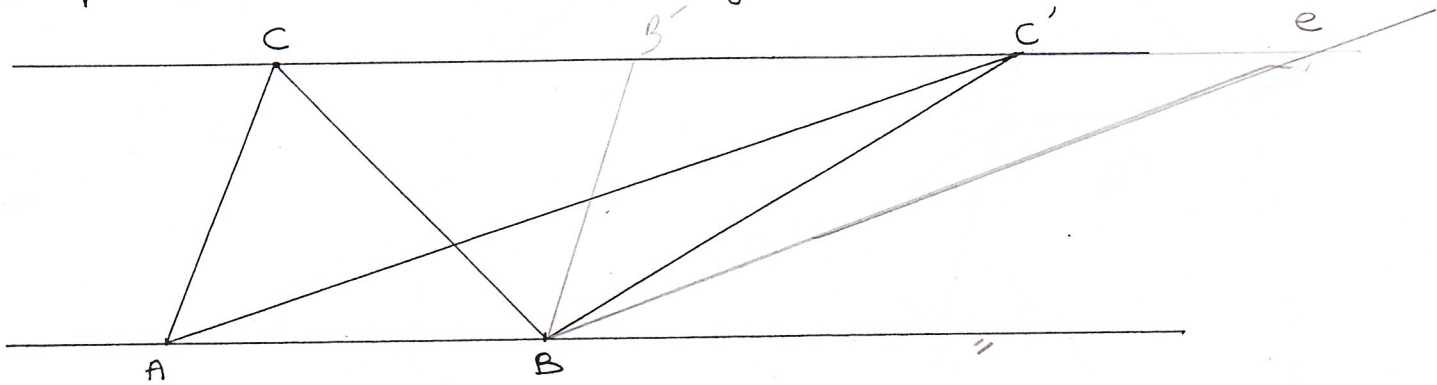
Faire une figure que l'on agrandit ou réduit de rapport 3

Quand les longueurs st multipliées par k
les aires st xées par k^2

L'aire est une grandeur bidimensionnelle.

Conséquences :

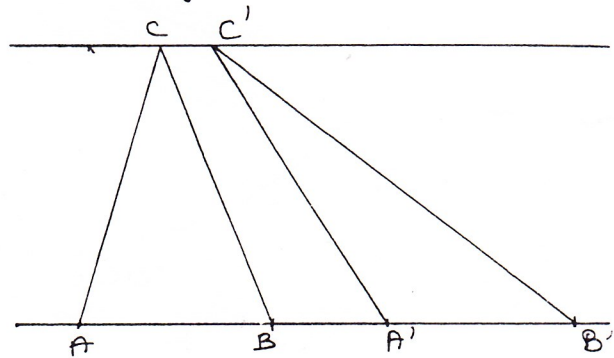
a) Comparer les aires de ces deux triangles : ABC et ABC'



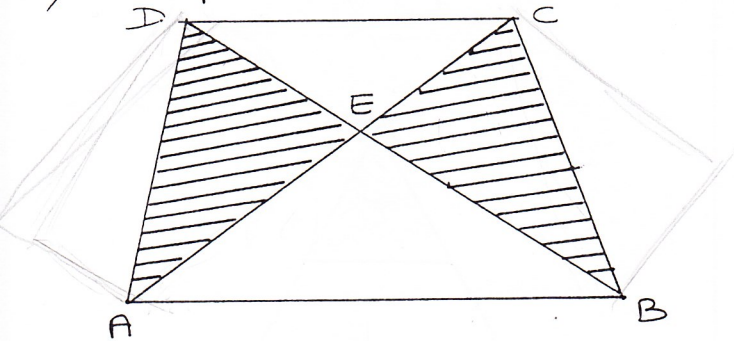
Retenir :

$$A_{\text{triangle}} = \frac{B \times h}{2}$$

Figure plus générale :

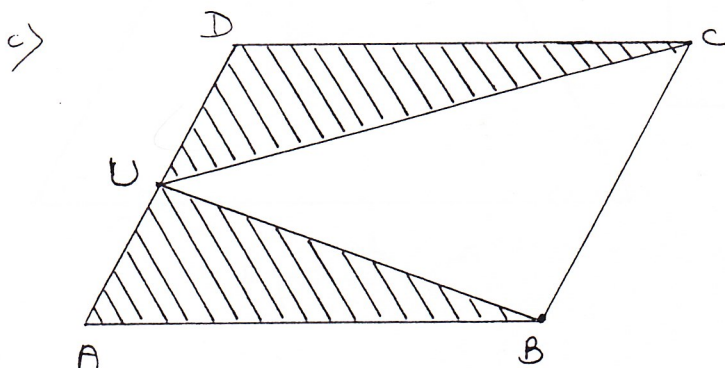


e) Comparez les aires hachurées dans la figure suivante :



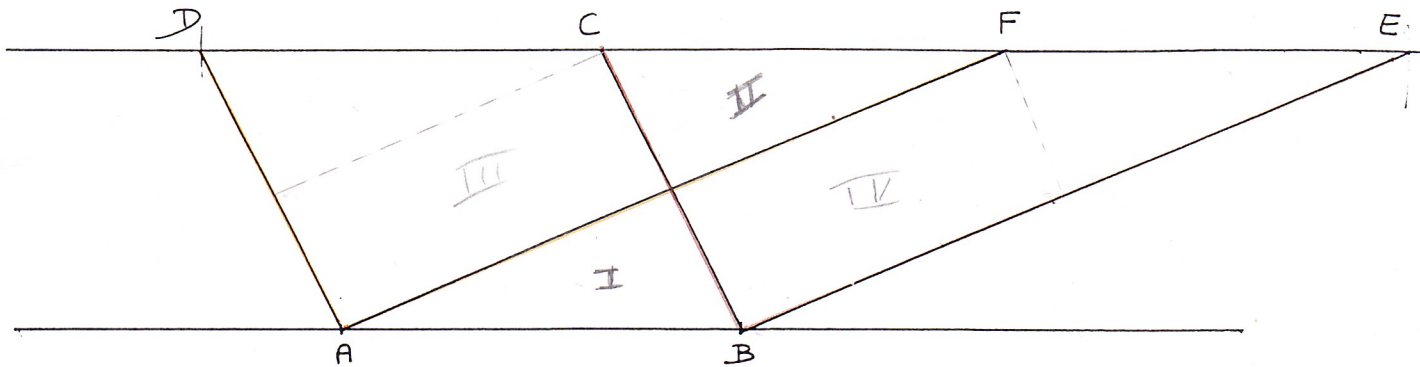
DC // AB AB E zone D et aux
2 triangles.
donc ABC et ACD ont la même

Comparer l'aire blanche et l'aire hachurée dans la figure suivante:
(U est le milieu de $[AD]$)



2) Un problème historique: (Euclide, environ 400 ans av. J.C.)

Comparer les aires des deux parallélogrammes ABCD et ABEF

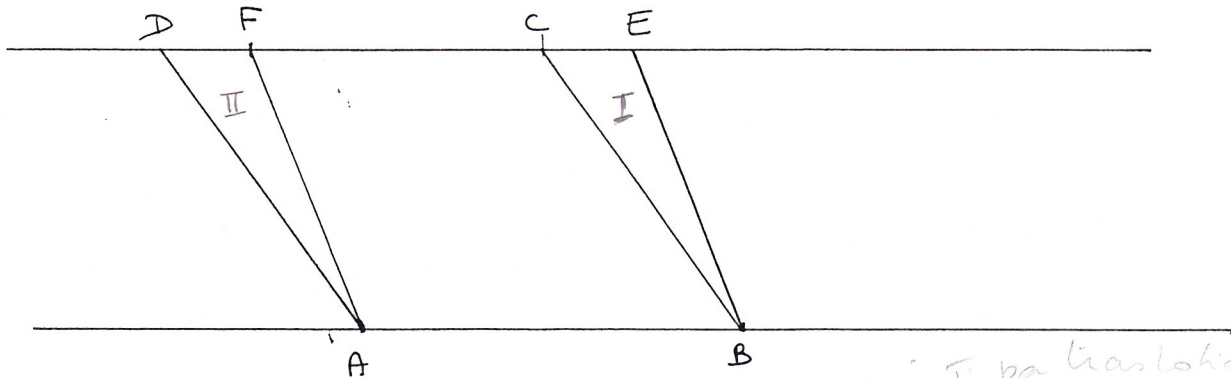


$$\begin{aligned} \text{Aire ABCD} &= \text{Aire I} + x \\ \text{Aire ABEF} &= \text{Aire I} + y \end{aligned}$$

III et IV ont pas la même base mais ont la même aire. Les triangles III et IV ont la même aire par translation.

Les deux // ont I en commun. Si je supprime I à chacun je trouve les aires des III et IV.

Si c'est trop difficile, faire la même chose dans ce cas là d'abord

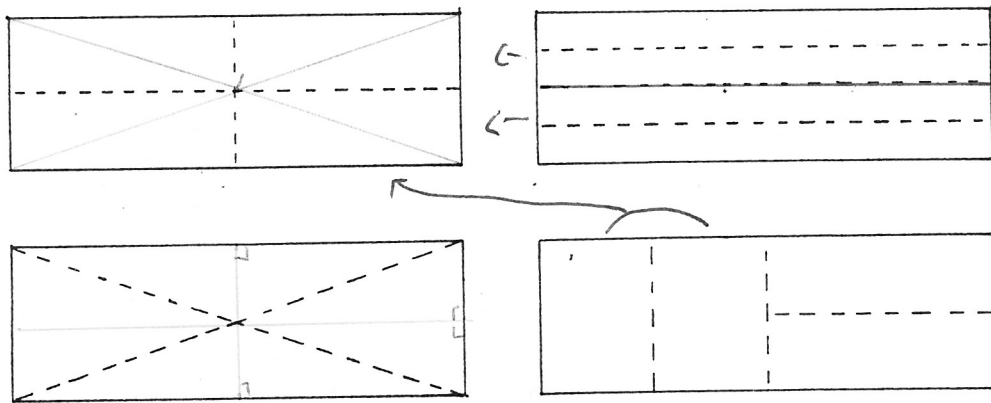


aire I par translation est la même que aire II

III À propos d'aire :

1) Activité inspirée d'un manuel de cours moyen de la nouvelle collection Thévenet (éd. Bordas) :

Si on découpait les figures ci-dessous selon les pointillés, que pourrait-on dire des aires des différents morceaux obtenus ?



Ici, la phase 1 - - - -

Phase 2: Discussion dans chaque groupe
Phase de réflexion

Phase 3: Rédaction dans chaque groupe d'une "conclusion"
Phase de formulation

Phase 4: Mise en commun
Phase de validation

Phase 5: Phase d'institutionnalisation
Les figures ont la même aire et sont faites avec les mêmes morceaux sans chevauchement.

Note: on peut ensuite faire comparer les aires d'un groupe