| ثانوية المنصور الذهبي التأهيلية<br>نيابة سيدي البرنوصي – زناتة<br>أكاديمية: الدار البيضاء الكبرى | **سلسلة تمارين الدوال الأسية** | الأستاذ : تباع خالد<br>المستوى : السنة الثانية بكالوريا علوم تجريبية |
|---|---|---|

**التمرين1 :** بسط مايلي:

$$B = e^{\frac{1}{2}\ln 16} + e^{\ln 3}\ ;\ A = e^{\ln 2} + e^{\ln 3}$$

$$D = e^{-\ln\frac{3}{2}} + e^{\ln\frac{1}{3}}\ ;\ C = \ln e^{-3} + e^{\ln 5}$$

**التمرين2 :** حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{4x-3} = 2$
2) $e^{x^2-3x-3} = e$
3) $3e^{3x} - 2e^{2x} - e^{x} = 0$
4) $3^{2x} - 3^{x} - 6 = 0$

**التمرين3 :** حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $2e^{2x} - 3e^{x} + 1 < 0$
2) $e^{2x} - e^{x} - 1 < 0$
3) $e^{x} - 2e^{-x} + 1 > 0$
4) $3^{2x} - 3^{x} - 6 > 0$

**التمرين4 :** حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2^x = 3^y \end{cases}$$

**التمرين5 :** احسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x+2}{e^x-1}$
2) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-e^{x}}{x}$
3) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{e^{2x}-3e^x+2}$
4) $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x+1}{x^3}$
5) $\lim_{x\to-\infty} x^2e^x$
6) $\lim_{x\to 0^+} x^{\sqrt{x}}$

**التمرين6 :**

I. لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة ب:

$$f(x) = 2e^{2x} - 3e^{x} + 1$$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حدد $D_f$ ثم احسب النهايات عند محدات $D_f$
2) ادرس تغيرات الدالة $f$
3) حدد نقط تقاطع $(C_f)$ و محور الأفاصيل
4) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C_f)$
5) حدد معادلة المماس للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الأفصول 0 ثم أنشئ المنحنى $(C_f)$ و المماس.

III. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة ب:

$$g(x) = \ln(2e^{2x} - 3e^{x} + 1)$$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حدد $D_g$ ثم احسب النهايات عند محدات $D_g$
2) ادرس تغيرات الدالة $g$
3) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C_g)$ ثم أنشئه.

**التمرين7 :**

لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة ب: $f(x) = 2x + \frac{e^x}{e^x-1}$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حدد $D_f$ ثم احسب النهايات عند محدات $D_f$
2) ادرس تغيرات الدالة $f$
3) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C_f)$
4) بين أن النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل للمنحنى $(C_f)$
5) أنشئ $(C_f)$
6) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة:

$$2xe^x - (m-1)e^x - 2x + m = 0$$

**التمرين8 (الدورة الاستدراكية 2006 ) :**

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ ب:

$$g(x) = (x-1)e^x + x + 1$$

1) احسب $g'(x)$ لكل $x$ من $[0;+\infty[$ ثم استنتج أن الدالة $g$ تزايدية قطعا على $[0;+\infty[$
2) بين أن $g(x) \geq 0$ لكل $x$ من $[0;+\infty[$ (لاحظ أن : $g(0) = 0$ )

II. لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب:

$$f(x) = \frac{xe^x}{(e^x-1)^2}$$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن $f$ دالة فردية
أ - احسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصلة ( تذكر أن $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$ )
ب -بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ثم أول مبيانيا هذه النتيجة
( لاحظ أن $\forall x \in \mathbb{R}^*: f(x) = \frac{x}{e^x(1-e^{-x})^2}$ )

2) أ- بين أن:
$f'(x)=\frac{-e^x}{(e^x-1)^3}\cdot g(x)$ لكل $x$ من $]0;+\infty[$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة $f$ على $]0;+\infty[$

**3)** أنشئ المنحنى $(C_f)$.

**التمرين9 (الدورة العادية 2007 ) :**

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب:
$$g(x)=e^{-x}+x-1$$

1) احسب $g'(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن الدالة $g$ تزايدية على $[0;+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty;0]$

2) بين أن $g(x)\geq 0$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g(0)=0$ ) ثم استنتج أن $e^{-x}+x\geq 1$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$

II. لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة ب:
$$f(x)=\frac{x}{e^{-x}+x}$$
و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن $D_f=\mathbb{R}$ (يمكن استعمال **I-2**) )

2) أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^*: f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$

ب- بين أن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=1$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$ ثم أول هندسيا هاتين النتيجتين .

3) أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}: f'(x)=\frac{(1+x)e^x}{(x+e^{-x})^2}$

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ . ثم ضع جدول تغيرات $f$

4) أ- اكتب معادلة المماس للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $O$ أصل المعلم.

ب- تحقق من أن: $\forall x\in\mathbb{R}: x-f(x)=\frac{xg(x)}{g(x)+1}$

ثم ادرس إشارة $x-f(x)$ على $\mathbb{R}$

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$.

5) أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ (نأخذ $\frac{1}{1-e}\approx -0{,}6$ )

6) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة ب:
$$\begin{cases} U_0=1\\ U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$$

أ - بين بالترجع أن $\forall n\geq 0: 0\leq U_n\leq 1$

ب -بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ تناقصية (يمكن استعمال **II**-4-ب )

ج- استنتج أن $(U_n)_{n\geq 0}$ متقاربة ثم حدد نهايتها.

**التمرين10:**

حدد دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $I$ في الحالات التالية:

1) $f(x)=e^{2x-1}\;;\; I=\mathbb{R}$

2) $f(x)=\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\;;\; I=]0;+\infty[$

3) $f(x)=\frac{e^{3x}+1}{e^x}\;;\; I=\mathbb{R}$

4) $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}\;;\; I=\mathbb{R}$