Leçon n°3 : La dérivation.

0) Rappels sur les équations de droite :

Une équation de droite passant par deux points $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ **s'écrit** $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$ **si, évidement,** $x_B \neq x_A$ et $y_B \neq y_A$ **.**

Dans le cas contraire l'équation s'écrira : $x = x_A$ si $x_B = x_A$ ou $y = y_A$ si $y_B = y_A$ **.**

Vous avez vu au collège la forme dite réduite de cette équation : $y = ax + b$ **où** a **est le coefficient directeur de la droite, donne la direction, et** b **l'ordonnée à l'origine, c'est à dire l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 0.**

Vous vérifierez directement que si on a $x_B \neq x_A$ **alors on peut écrire l'équation sous la forme :**

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} x - x_A \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + y_A \quad \text{où} \quad a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{et} \quad b = -x_A \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + y_A$$

Exemples :

La droite passant par les points $A\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ **peut s'écrire** $y = -9x + 12$

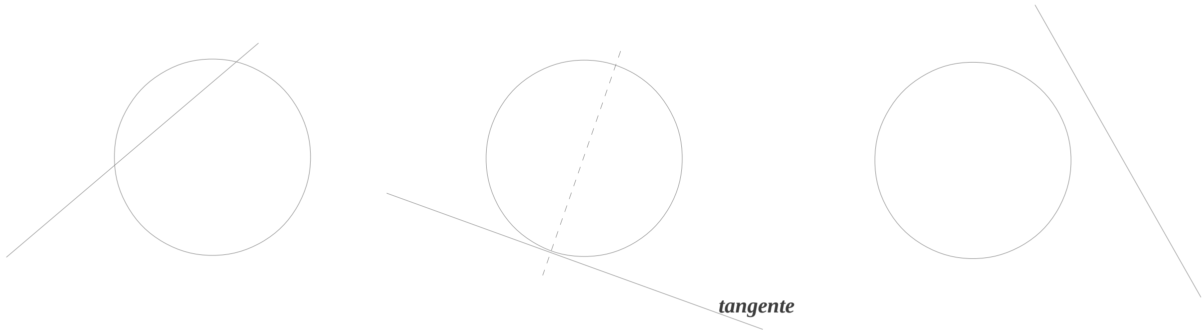
La droite passant par les points $A\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$ **peut s'écrire** $x = 1$ **, elle est verticale.**

La droite passant par les points $A\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ **peut s'écrire** $y = -6$ **, elle est horizontale.**

Une dernière chose qu'il ne faut pas oublier . Le coefficient directeur détermine la direction de la droite. Si celui-ci est positif, la droite est croissante, ainsi que la fonction affine associée . De même si le coefficient directeur est négatif, la droite est décroissante ainsi que la fonction affine associée.

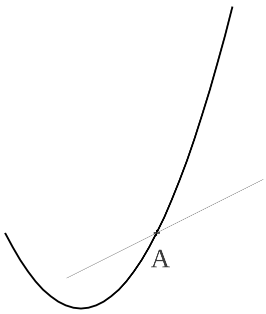
1) Tangente à une courbe en un point :

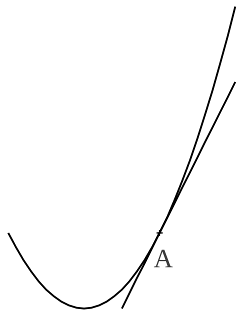
Quand vous étiez petits vous vous souvenez peut-être que votre instituteur vous a dit qu'une droite est tangente à un cercle si cette droite coupe ce cercle en un seul point ! C'est à dire que la droite en question ne recoupe pas le cercle. Puis vous avez remarqué qu'une droite peut ne pas pas couper un cercle, le couper en deux points ou en un seul et unique point . Et qu'il n'y a pas d'autre possibilités. Et enfin, vous avez appris que, nécessairement cette droite devait être perpendiculaire au rayon du cercle.



Intuitivement , une tangente, quand elle existe, à une courbe en un point de cette courbe, est la droite qui fait le meilleur contact avec la courbe. On peut définir cette idée de meilleur contact de la façon suivante : On fait un grossissement, un zoom, de la région du plan qui contient la courbe le point et la droite et on dira qu'on a le meilleur contact si on arrive après un grossissement arbitrairement grand, à confondre, localement, autours du point en question, la courbe est la droite.

Essayer avec les deux figures suivantes, au point A :

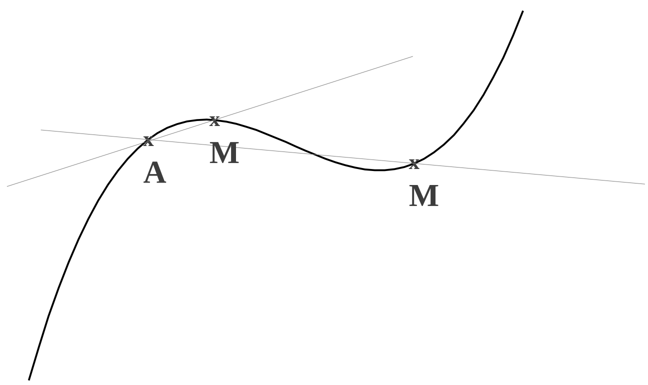




Définition : Quand elle existe, une droite est tangente à une courbe en un point A de cette courbe si elle réalise le meilleur contact. On peut dire que c'est le droite qui passe par A et le point «consécutif » de A sur la courbe

Ce qui suit devrait vous éclairer sur ce qui vient d'être écrit. On va consider une courbe et un point A fixe de cette courbe. Et ...

... on va introduire le faisceau de droites (AM). Le point M parcourt la courbe et à chaque instant définit une droite (AM). Quand M est sur le point A, la droite (AM) n'est pas définie. mais lorsque M s'appproche de A la droite (AM) prend une position limite. C'est cette position limite qu'on appelera tangente en A à la courbe donnée.



gggggggggggg